



**DEBRECENI
EGYETEM**

**TEHETSÉGGAZONOSÍTÓ MÓDSZEREK KIDOLGOZÁSA, A
FEJLESZTÉSRE SZORULÓK KISZŰRÉSÉNEK
MÓDSZERTANA**

Tehetségazonosító és -gondozó módszerek bemutatása tevékenységbe
ágyazva

**Matematikai-logikai terület tehetségigéreteinek
azonosítása**

Logikai-matematikai munkacsoport

Készítették: **Kovács Andrea** általános iskolai tanár

Kovács Gábor középiskolai tanár

Szarvas Márta általános iskolai tanító

Debrecen, 2018

EFOP-3.1.2-16-2016-00001
„A pedagógusok módszertani felkészítése a végzettség nélküli
iskolaelhagyás megelőzése érdekében”



TARTALOM

MATEMATIKAI-LOGIKAI TERÜLET TEHETSÉGIGÉRETEINEK AZONOSÍTÁSA.....	3
Ajánlás.....	3
1. A hátrányos helyzet kialakulásának okai.....	4
2. A matematikai-logikai tehetség tulajdonságai	5
3. A matematikai tehetségek azonosításának módszerei	6
4. Kombinatív képesség fejlesztése	9
4.1 Kombinatív képesség fejlesztése alsó tagozaton.....	9
4.2 Kombinatív képesség fejlesztése felső tagozaton	17
5. Kompetenciafejlesztő feladatok középiskolába készülőknél	23
FELHASZNÁLT IRODALOM.....	33
KÉPJEGYZÉK	37
MELLÉKLETEK	39
1. sz. melléklet: Megfigyelési szempontsor a matematikai tehetségek azonosításához. 	39
2. sz. melléklet: Feladatlapok azonosításhoz, tanórai munka differenciálásához	43
3. sz. melléklet: Feladatlapok alsó tagozatosoknak	44
4. sz. melléklet: Feladatok felsős tanulók számára	49
5. sz. melléklet: Feladatok középiskolába készülőknél	59

MATEMATIKAI-LOGIKAI TERÜLET TEHETSÉGIGÉRETEINEK AZONOSÍTÁSA

Ajánlás

Logikai – matematikai tehetségterület

Az iskolai lemorzsolódás, az iskolai végzettség megszerzése nélküli iskolaelhagyók száma nőtt Magyarországon. Az összefoglaló munkák különböző tényezőcsoportokat fogalmazznak meg, melyek befolyásolják a lemorzsolódás esélyét. Ezzel a munkánkkal a pedagógusoknak szeretnénk segíteni (a terepkutatások eredményeire építve), hogyan lehet motiválni, ezt a motiváltságot fenntartani a kiemelt figyelmet igénylő tanulók körében, ill. hogyan lehet azonosítani azokat a tanulókat, akiknél a logikai-matematikai tehetségirány felfedezhető. Szeretnénk megmutatni, milyen tulajdonságokkal bírnak a "tehetségígérettek"; azonosításuknak lépéseit, módszereit. A tehetségszűrő megfigyelési szempontsor segíti majd a gyakorlati munka megfigyelését, elemzését. A matematikai tehetségek méréséhez mintalapokat mutatunk a 8-10 éves korosztály számára.

Mivel a logikai-matematikai tehetség korán megmutatkozik, magasabb évfolyamokon már nem az azonosításhoz, hanem a motiváció fenntartásához - a sikerélmény biztosítását szem előtt tartva -, és a fejlesztéshez szeretnénk ötleteket adni. Mind a felső tagozaton, mind a középiskolában többek között fejlesztési területként megjelölhető jövőkép, tanulási és módszertani stratégiák kialakításához, különböző tanulói munkaformák alkalmazásához szeretnénk segítséget nyújtani.

1. A hátrányos helyzet kialakulásának okai

A tanulmányok és a terepen tapasztaltak alapján elmondhatjuk, hogy a végzettség nélküli iskola elhagyás több összetevős probléma, és a lemorzsolódás nemcsak az iskolán múlik.

Az érintett pedagógusokkal folytatott beszélgetések alapján elmondhatjuk, hogy ők az alábbiakban látják a lemorzsolódás főbb okait:

- *család* (szülők munkanélkülisége, anyagi nehézségek, érdektelenség, nincs értéke a tudásnak, nem megfelelő szülői példamutatás);
- *tanulók* (alulmotiváltság, beszédben, írásban és olvasásban elmaradottak, gondolataikat nehezen fejezik ki, problémát okozhat a magyar nyelv használata, nem kap szülői segítséget, nincs felszerelése, higiéniai problémák, családi/lakókörnyezete elhanyagolt, kortársaikhoz képest elmaradtak, kortársak hatása/baráti kör);
- *iskola* (gazdasági okok, eszközök és felszerelések hiánya, pedagógusok leterheltsége nagy, kevés vagy nincsenek megfelelően képzett segítők, elméleti és gyakorlati segítségnyújtás hiánya, nagy a fluktuáció, de van egy „lelkes mag”).

Szükséges:

- *család* (kapcsolat kiépítése a szülőkkel, bevonásuk a nevelés-oktatás folyamatába, közös programok szervezése, foglalkozások, ismeretterjesztő előadások szervezése szülőknek);
- *tanulók* (cél, az „önmagához képest fejlődjön”, ez a nevelés-oktatás folyamatába ágyazva történjen meg)
- *iskola* (a fenntartótól gazdasági, módszertani - továbbképzések lehetősége - segítség, pedagógiai asszisztensek, fejlesztők stb. alkalmazása, iskolai környezet családiassá, barátságossá tétele, „a lelkes mag” kibővítése, érdeklődés felkeltése és fenntartása, manipulatív tevékenységek növelése, tehetségazonosítás és fejlesztés jellemzően folyamatba ágyazott, elfogadás a másság iránt, más kultúra ismerete).

2. A matematikai-logikai tehetség tulajdonságai

A zenei tehetséghez hasonlóan a matematikai tehetség is korán megmutatkozik. Tanórai és tanórán kívüli foglalkozásokon - többek között megfigyeléssel – felismerhető a matematikai-logikai tehetség, tehetségígéret. Természetesen nem kell minden jellemzőnek teljesülnie egy tanuló esetében, már néhány tulajdonság jelenléte is elég ahhoz, hogy felismerjük a tanulók erősségeit, gyengeségeit, melyek fejlesztésével biztosíthatjuk motiváltságukat, eredményességüket, sikerüket.

„A matematikai tehetségek főbb tulajdonságai

- fáradhatatlan, ha matematikáról van szó,
- csodálatba ejtik a tények, formulák,
- keresi a problémákat,
- kiváló emlékezete van számokra, formulákra, viszonyokra, megoldási módokra,
- rugalmas a gondolkodása a matematikai struktúrák és minták terén,
- kiemelkedően jó vizuális képzelet jellemzi,
- problémák és absztrakt viszonyok vizualizációjának képessége mutatkozik,
- a részleteken felülemelkedik, az összetettet egyszerűbbé teszi,
- a problémát gyorsan formalizálja és általánosítja,
- hasonló problémákra már a közbülső logikai lépések kihagyásával reagál,
- egyszerű, egyenes és elegáns megoldásokat keres,
- verbális problémákat is egyenletben tudnak megfogalmazni és kezelni.”¹

Milyen jelekből következtethetünk a fent felsorolt jellemzők valamelyikének meglétére?

A többséggel ellentétben a matematika nem unalmas számára, érdeklődését mindig felkeltik a matematikai feladatok, azok megoldására törekszik, nem adja fel, kitartó. Egy feladaton belül több problémát is meg tud fogalmazni, és nem csak egy megoldást ad. Kiváló emlékezete megmutatkozik az óra eleji képesség-készségfejlesztő, számmemória fejlesztésére irányuló feladatok esetén (pl. fejben számolás stb.), a feladatmegoldások során. Típusfeladatok megoldása után rögtön tudja alkalmazni az algoritmusokat. Sík- és térgeometriai feladatok megoldásakor, bizonyítások esetén megmutatkozik fejlett vizuális képzelete. Lényegkiemelő

¹ Dr. Gyarmathy Éva: A tehetség sokszínű megnyilvánulása 2016
<https://www.tehetségkapu.hu/Otthon/HirReszletek/6> (2018. 07. 06.)

gondolkodása fejlett, nem megy végig a feladatok megoldása alkalmával minden lépésen, általánosít, ebből konfliktus adódhat a lassabban dolgozó társaival, az elvonatkoztatást alacsonyabb szinten „művelők”-kel. Általában egyedül szeret dolgozni, de a vele hasonló képességű tanulóval/tanulókkal párban vagy csoportban is hajlandó. Törekszik az egyszerű megoldásokra, de előfordulhat, hogy túlbonyolítja a feladatmegoldást. Nehezen tudja a feladatmegoldásait elmagyarázni társainak, gondolatai előrébb járnak, mint ahogy ki tudja magát fejteni, lépéseket ugrik át, ami számára triviális. Inkább formulák felírásával, rajzzal bizonyítja jó megoldását a szóbeliség helyett. Szóbelisége a magasabb évfolyamokra alakul ki.

3. A matematikai tehetségek azonosításának módszerei

Minden iskola számára fontos feladat időben megtalálni azokat a gyerekeket, akik kiemelkedőek valamilyen képességet illetően. A tehetség azonosításának és gondozásának egyik fontos színtere a tanítási óra, de a tanórán kívüli érdeklődésüknek, irányultságuknak megfelelő szabadidő hasznos eltöltése is a cél. Első osztályban a gyerekek nyitottak, lelkesek, kíváncsiak, szeretik a rejtélyes dolgokat. Ezt kihasználva érdemes hozzákezdeni a tehetségek azonosításához. Már nagyon sok óvodában elkezdik a tehetség-ígérettekkel való foglalkozásokat, bár sokan korainak tartják még (pl. az azonosítás nehézsége miatt), de az általános iskola alsó tagozatán már ajánlott.

Az azonosításnak folyamatosnak kell lennie, hiszen a gyerekek képességeinek megismerése akár évekig is eltarthat. A tehetséggondozók akkor igazán jók, ha valóban olyan gyerekek kerülnek oda, akik logikai képessége kiemelkedő. Éppen ezért fontos a sokoldalú információszerzés, a tehetségek valódi azonosítása. Nagyon vigyázni kell – a 6, 7, 8 éves korosztálynál – a „nem tehetséges gyerekek” megfogalmazással, hiszen attól egy gyermek, hogy kiválóan tanul, nem biztos, hogy tehetséges, és a lassabban dolgozó gyermek is lehet tehetséges. (Balogh 2008)

Tehetségazonosítás során nemcsak az a célunk, hogy a tehetségeket megismerjük, bevonjuk, ösztönözzük, segítsük, erősítsük stb., azaz egyenlő esélyt biztosítsunk minden tanuló számára, hanem már érdem számunkra az is, ha a kíváncsiságukat, érdeklődésüket fenntartjuk a matematika tantárgy iránt.

Hogyan azonosítjuk a „kis” tehetségeket?

A tehetségazonosítás módszerei:

- *Tanulmányi eredmény, teljesítés a tanórákon.*

A tanórai kereteken belül hatékonyan nem lehet megoldani a tehetséggondozást, eredményesebb a tanórán kívüli. Természetesen nagyon fontos, hogy a tanórai és a tanórán kívüli órákat összekapcsoljuk a hatékonyság érdekében, hogy igazán eredményes legyen a tehetséggondozás. Az órai tehetségfejlesztés elengedhetetlen formája a következetes differenciálás.

- *A gyermekekkel foglalkozó pedagógusok együttes véleménye.*

A tanulók intenzív figyelése megadott ideig, megadott szempontsor alapján.

- *Feladatlap, teszt kitöltése.*

Fejlesztőpedagógusok mérése (Alapkészségek, képességek mérése: analitikus-szintetikus gondolkodás, elemi számolás, figyelem stb.)

Iskolai pszichológus mérésének, véleményének meghallgatása

Logikai-matematikai feladatlap segítségével való mérés

(Figyelemre, koncentrációra, logikára, szabály felismerésére, követésére, egyéni látásmód felismerésére vonatkozó feladatok.)

- *Szülőkkel való kapcsolattartás. Szülői kérdőív kitöltése.*

A családdal való együttműködés nélkül nem érhetünk el igazán sikeres eredményeket.

Célunk a tanulási erősségek megismerése. Motivációs, logikai-matematikai, téri, nyelvi, interperszonális, intraperszonális (adott személyben lévő) tulajdonságokra vagyunk kíváncsiak. (A kérdések egyértelműek, a kérdőív könnyen kitölthető legyen. A kérdőív helyett interjúval vagy kötetlen beszélgetéssel is célt érhetünk el.)

- *Óvodai jellemzés kérése.*

Fontos, hogy a gyermek az előző intézményben járt-e már tehetséggondozásra, felfigyeltek-e már rá más szakemberek. Sokat segíthet az óvodapedagógusok véleményének meghallgatása.

- *Délutáni foglalkozásokon speciális képességek megfigyelése.*

Fontos minden terület fejlesztése, az egész személyiség támogatása. A tehetséggondozásban a gazdagítás, dúsítás elengedhetetlen; a tanórai differenciálás, délutáni foglalkozások mellett a tanulónak szüksége van a regenerálódásra, a szabadidős tevékenységek hasznos eltöltésére. Lehetőséget kell biztosítani különböző foglalkozásokon (más tehetségterületek gazdagító programjain) való részvételre.

- *Az iskolai programsorozatok, projektek iránti elkötelezettség, motiváltság is jellemző ezekre a gyerekekre.*
- *A későbbiekben, az osztálytársak megismerésével, a személyiség fejlődésével a társak jellemzése is pontosíthatja az azonosítást. (A gyerekek nagyon jól ismerik egymást, egymás kiemelkedő személyiség-tehetségjegyeit.)*

4. Kombinatív képesség fejlesztése

4.1 Kombinatív képesség fejlesztése alsó tagozaton

A matematikai tehetség már alsó tagozaton megmutatkozik. Olyan feladatokat szeretnék bemutatni, amelyek a megfigyelési időszakban segítenek a tehetségek azonosításában, miközben a tanulók problémamegoldó, kombinatív gondolkodását kiemelten fejlesztik. A kombinatorika feladatai nem könnyűek, de szórakoztatóak, élvezettel oldják meg már az óvodába járó gyerekek is. Ahhoz, hogy egyre több tanuló számára legyen élvezetes ilyen feladatok megoldása, abban meghatározó a pedagógus módszertani felkészültsége, a megfelelő munkaforma, eszközök megválasztása.

Hogyan lehet felépíteni egy órát?

A tanulók életkori sajátosságait figyelembe véve, egy óra feladatait (6-8 éveseknél) előnyös egy mese köré alakítani, a mese szereplőivel dolgozni. (Az óra eleji ráhangolódástól az értékelésig segítenek a mese szereplői a feladatok megértésében. Az interaktív anyagot is ehhez illesztve érdemes elkészíteni. A mesefigurák kiválasztásánál az aktuális, illetve együtt, más foglalkozásokon megismert mesehősöket célszerű választani.) A 9-10 éves gyerekeknél hasznos, ha az osztály tagjai a feladat "hősei", mert ilyenkor mindig aktívabb, tevékenyebb lesz a közösség.

Az óra felépítésénél figyeljünk arra, hogy fokozatosan nehezítsük a feladatokat, fokozatosan jelöljük meg egyre több feltételt. Kezdetben ugyanaz a szöveges tartalom jelenjen meg minden feladatnál, csak a feltételek számát növeljük vagy módosítsuk eggyel-eggyel.

Mindig figyeljünk arra is, hogy a legmegfelelőbb munkaformát tervezzük meg ezekre az órákra. A gyerekek nagyon szeretnek együtt dolgozni, párban, illetve csoportban a legsikeresebbek. Az azonos szintű, kompetenciájú gyerekek egymásra nagyon jó hatással vannak. Biztonságot jelentenek egymásnak a továbbhaladáshoz, gondolataikat megoszthatják társaikkal és ez az együttműködési képességüket remekül fejleszti. Önismeretük, önbizalmuk erősítésére is szolgál. A kooperatív csoportmunka pedig lehetőséget ad arra is, hogy a feltételek módosításával kapott különböző megoldásokat összevessék, és összefüggéseket keressenek a megadott feltételek és a megoldások száma között. (Ismétléses vagy ismétlés nélküli, a sorrendtől függő vagy attól független megoldásokat kérek.) Későbbiekben ez segítséget jelent majd az önellenőrzésben, illetve társaik munkájának ellenőrzésében.

Feladatainkat, a gyerekek aktív bevonásával, eszközök használatával, rávezető kérdésekkel, ok-okozati összefüggések megláttatásával, algoritmusok elsajátításával oldjuk meg. Az eszközök kiválogatásnál vegyük figyelembe, hogy az segítse a felfedezést, megerősítsen, olyan tapasztalatot adjon, amely jelzésértékű a gyerekeknek és a pedagógusnak egyaránt, támogassa a differenciálást.

A 6-7 éves gyerekek gondolkodása szemléletes, cselekvéshez kötött, csak később tudja elmondani szavakkal, amit gondol. Így eredményeket csak úgy tud elérni, ha aktív részese lesz a tevékenységnek, cselekvéssel, tárgyak használatával tud elvonatkoztatni. Cselekvőként, aktívan rész véve olyan gyakorlati tapasztalatokhoz – matematikai tapasztalatokhoz – jut, hogy ennek segítségével összefüggéseket tud felfedezni, melyeket elraktározva, később tudatosulva, egy tanulási folyamat részesévé válik. (Körmöci 2003)

Úgy érdemes összeállítani az óra feladatait, hogy azokban egy ilyen kis gyermek szívesen elmerüljön, aktívvá váljon, hogy az később az önálló problémamegoldásra, próbálgatásra ösztönözzön és a tévedésre is lehetőséget adjon. Muszáj, hogy a pedagógus a kérdéseivel gondolkodásra bírjon, tanakodásra késztesen, kételyt ébresszen. (Körmöci 2003)

Milyen kérdések hangzanak el legtöbbször?

„Mi a lényege? Mi a legfontosabb? Mit veszel észre, ha összehasonlítod? Csoportosítsd! Hogyan lehetne ...? Ha ..., akkor ...? Meg tudod magyarázni? Mit állapíthatunk meg? Mi mindent lehetne róla elmondani? Mire lehet következtetni? Miből gondolod? Mi lenne, ha ...? Mi az oka? Honnan tudod, hogy ...? Hogyan bizonyíthatjuk? Hogyan lehetne megoldani? Hogyan lehetne kijavítani? Mi történik, ha ...? Biztos vagy benne? Miért gondolod így? Mi a véleményed? Te hogy gondolod? Másképp is lehetne?” stb. (Körmöci 2003,47)

A kombinatív képesség fejlesztése már óvodás korban az elemek válogatásával megkezdődik (ilyen pl. a kincsesláda, melynek az elemeit az óvodapedagógus állíthatja össze, illetve folyamatosan módosíthatja, figyelve arra, hogy különböző nagyságú, alakú, színű anyagokat, tárgyakat rejtse a láda), és erre a munkára építve, folytatva, első osztályban a válogatáshoz egyszerre már több feltételt is megadhatunk. A logikai készlet elemei erre kiváló lehetőséget biztosítanak. A feltételek számával differenciálhatunk, figyelembe vehetjük a gyerekek eltérő fejlődését.

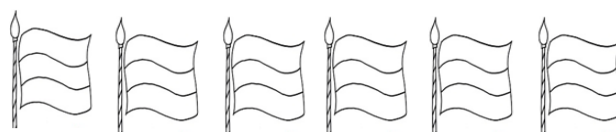
Hogyan lehet egy-egy feladat megoldásáig eljutni?

- Kombinatív képesség fejlesztése színezéssel
- Kombinatív képesség fejlesztése manuális tevékenységgel, játékkal
- Játék a betűkkel, szavakkal
- Játék a számokkal
- Kombinatív gondolkodás fejlesztése táblázat, ágrajz segítségével

Kombinatív képesség fejlesztése színezéssel

Mintafeladat: *Színezd ki a zászló 3 sávját a megadott 3 szín segítségével! Minden ábrán minden színt használj fel!*

Már első osztálytól törekszenek a gyerekek arra, hogy a feladatban megadott feltételeknek megfelelően az összes lehetőséget megtalálják, de felsorolásuk véletlenszerű. A későbbiekben (kb. 3. osztálytól) viszont már úgy próbálják az összes lehetőséget megadni, hogy figyelembe vesznek egy-egy feltételt, tulajdonságot, és ehhez igazítják, cserélgetik a többi feltételnek is megfelelő elemet. A későbbiekben (a felső tagozaton) már az összes lehetőség felsorolása nélkül, művelet végzésével jutnak el a megoldásig.



Ha ügyesen megy 3 szín megadásával a feladat, a zászló 3 sávjának 2 színnel, illetve több színnel való kifestésével változtathatunk a feladaton. További nehezítés lehet, ha pl.: bizonyos színek nem kerülhetnek egymás mellé, vagy ha egyes színek csak egymás mellett szerepelhetnek a feladatban. Kezdetben segítségül mindig annyi zászlóképet adok meg, ahány megoldás van, de a későbbiekben mindig több ábrát, mint amennyi lehetőség van. Hasonló feladatot lehet adni, ha gyöngyöt fűzünk fel egy cérnaszálra. A gyöngysor 3 gyöngyének 3 vagy annál kevesebb, illetve több színnel való kifestése megmutathatja, hogy értette-e a gyermek az előző feladatot.



Kezdetben színezéssel érdemes megoldani a "fagylaltos" feladatokat is.

Mintafeladat: A cukrászdában háromfajta fagylalt kapható: csokoládé, vanília, puncs. Mindenki kétfagylaltos fagyit kért tölcsérben.

a) Hány különböző kérésnek tehetett eleget a kiszolgáló? Színezz a kérésnek megfelelően!

b) Hány különböző kérésnek tehetett eleget a kiszolgáló, ha senki nem kért két egyforma fagyit?



Beszéljük meg, hogy a gombóc elfogyasztásának sorrendje meghatározó-e, vagy sem. Érdemes odafigyelni arra is, hogy a fagylaltokat jelölő színek eltérjenek egymástól. Nem célszerű egy feladaton belül málna-eper vagy citrom-kókusz ízt megadni.

A gyerekek szeretik a labirintus feladatokat. Célszerű minden lehetőséget különböző színnel jelölni, hogy átlátható legyen számukra a megoldások száma.

Mintafeladat: Kismackó szeretne hazajutni. Hányféleképpen juthat el az otthonáig, ha az erdőn keresztül vezet az út?



Kombinatív képesség fejlesztése manuális tevékenységgel, játékkal

Öltöztető baba: Különböző számú szoknya-blúz, nadrág-pulóver összeválogatása.

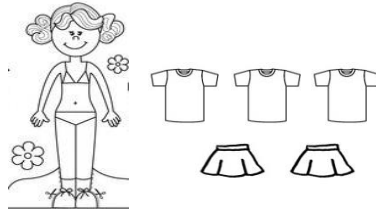
Mintafeladat: Sárinak egy piros és egy kék színű szoknyája van. Egy piros, sárga és zöld színű blúzt emelt ki a szekrényből.

a) Hányféleképpen öltözhethet fel?

b) Hányféleképpen öltözhethet fel, ha nem szeretne egyfajta színben lenni?

c) Hányféleképpen öltözhet fel, ha nem szeretné a kék és a zöld színű ruhadarabot együtt felvenni?

d) Hányféleképpen öltözhet fel, ha nem szeretné a sárga és a zöld színű ruhadarabot együtt felvenni?



Először az összes megkeresése nélkül találnak lehetőségeket, (kevesebbet vagy többet,) mert nem konstruktív módon keresik a megoldásokat. Segítsünk azzal, hogy egy lehetőséget kiemelünk (pl. piros szoknya), és ehhez társítjuk a különböző színű blúzokat. Beszéljük meg, állapítsuk meg, hogy miért, hogyan változnak a feltételek módosításával a kérdésekre megadott megoldások száma!

Mintafeladat: *Tanító néni jutalomkártyát ad Katinak, Bencének és Lillának. Hányféleképpen kaphatják meg a kártyájukat, ha a tanító néni külön-külön és egyszerre is átnyújthatja a kártyát nekik?*



Három gyermek áll a padja mellett. Bármelyik leülhet és bármelyik állva is maradhat. Hány különböző módon láthatjuk őket?



Érdeemes eljátszani ezeket a feladatokat. A gyerekek irányíthatják a tanító nénit, hogy kinek, kiknek adja át a kártyákat, milyen sorrendben tegye ezt, illetve ő javaslataik alapján ül(nek)

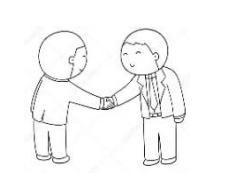
vagy áll(nak) a padjuk mellett álló gyerekek. A játék élménye maradandóbbá teszi a gyermek számára a megoldásig vezető utat.

A tanulóknál az első problémával már akkor szembesülhetünk, amikor nem tudja értelmezni a feladatot, nem érti a szöveget, a benne lévő szavak jelentését. Mindig hozzájuk közelálló, "mindennapi" tárgyak, konkrét dolgok, személyek szerepeljenek a szövegben, ha szeretnénk azt eljátszatni.

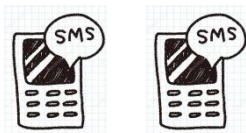
Mintafeladat: *Béla, Kálmán, Laci és Péter, a matematikaverseny győztesei, gratulálnak egymásnak.*

a) *Hány kézfogás történik, ha mindenki kezet fog mindenkivel?*

b) *Péter sietett, ezért nem volt ideje Lacival kezet fogni. Hány kézfogás történt így?*



A 4 fiú karácsonykor ünnepi képeslapot (e-mailt, sms-t) ír egymásnak. Mindenki küldött mindenkinek. Miből történt több, kézfogásból vagy képeslapírásból?



A gyerekek számára egyszerűnek tűnhet a 2. feladat megoldása az 1. után (mindenki mindenkivel kezet fogott, illetve mindenki mindenkinek küldött képeslapot), ezért fontos, hogy eljuttassuk az 1. feladatot, és megbeszéljük a két feladat megoldása közötti különbséget.

Játék a betűkkel, szavakkal

Mintafeladat: *Alkoss 3 betűs szavakat a megadott betűkből. Minden betűt használj fel! Hány értelmes szót találtál? r, v, é*

Ha a megoldások között a gyerekek számára nehezen értelmezhető szavakat találunk, az értelmező kéziszótárban, szinonimaszótárban kerestessük meg a szavakat!

Alkoss a megadott szavak segítségével, a szórend megváltoztatásával, különböző mondatokat! labdázik, az, Jancsi, udvaron Hány mondatot sikerült alkotnod?

A tantárgyak közötti kapcsolat kihasználásával lehetővé válik, hogy akár matematika, akár magyarórán is gyakoroljuk ezeket a feladatokat, így a kombinatív képesség fejlesztése nemcsak a matematikaórán valósul meg. (Megoldására a későbbiekben visszatérek.)

Játék a számokkal

A matematikaóra legtöbbször használt kombinatív gondolkodást fejlesztő feladata a számképzés. A számkörbővítés témakörénél elengedhetetlen, és a műveletek gyakorlásánál is segítségünkre lehet.

Mintafeladat 6-8 éveseknek: *Az 1, 2, 3, 4 számok közül bármelyik kettő összegét veszed. Hány különböző összeget kaphatsz?*

Az első számkártyán lévő 1 számhoz adjuk a második, harmadik és negyedik kártyán lévő számokat, és a különböző összegeket leírjuk. A második számkártyán lévő 2 számhoz hozzáadjuk az első kártyán lévő 1 számot, és megállapítjuk, hogy mivel az összeadás tagjai felcserélhetők ($1+2=2+1$), ezt az összeget már leírtuk. Ezt figyelembe véve, már csak a második számkártya után lévő kártyák számait kell hozzáadni, és a már leírt összegektől eltérő összegeket leírni. Ha ezt a gondolatmenetet követjük, gyorsan eljutunk a megoldásig.

Az 1, 2, 3, 4 számjegyek segítségével képezz olyan kétjegyű számokat, melynek számjegyei különbözőek és

a) páratlanok!

- Mit jelent az, hogy a szám számjegyei különbözőek?
- Milyen számok szerepelhetnek az egyesek helyiértékén?
- Szerepelhet-e páratlan szám a tízesek helyiértékén?

b) 35-nél kisebbek!

- Mit jelent az, hogy számjegyei különbözőek?
- Mely számok állhatnak a tízesek helyiértékén? Miért?
- Van-e olyan szám közöttük, amely nem állhat az egyesek helyiértékén?

c) számjegyeinek összege 5-nél kisebb!

- Mit jelent az, hogy a szám számjegyei különbözőek?
- Mit jelent az, hogy 5-nél kisebb? Milyen értékeket vehet fel a számjegyek összege?

- Nézzük meg, melyik két számnak az összege kevesebb, mint 5!
- Az összeg szempontjából meghatározó-e, hogy melyik helyiértéken melyik szám áll? Miért?

9-10 éveseknek: A 2, 5, 9, 8 számjegyek segítségével képezd azt a különböző számjegyekből álló háromjegyű páros számot, amely a lehető legkisebb!

b) négyjegyű páratlan számot, amely a lehető legnagyobb!

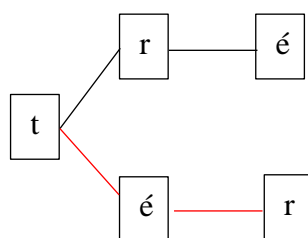
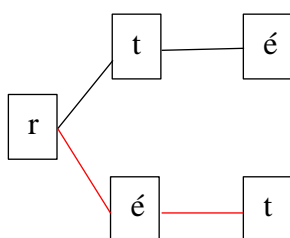
- Mit jelent az, hogy a szám számjegyei különbözőek?
- Mely számok szerepelhetnek az egyesek helyiértéken? Melyiket választanád? Miért?
- Milyen szám szerepelhet így a legnagyobb helyiértéken? Miért?
- A további helyiérték(ek)re mely szám(ok) kerülhet(nek)? Hogyan döntöd el, hogy melyik helyiértékre melyik szám kerüljön? Milyen összefüggést látsz közöttük?

Kombinatív gondolkodás fejlesztése táblázat, ágrajz segítségével

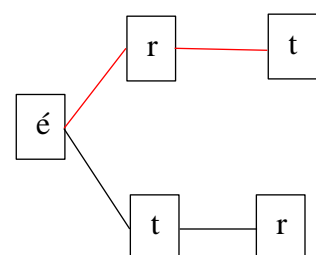
9-10 éves tanulók már megkeresik és meg is találják a feltételeknek megfelelő összes megoldást. Abban kell segíteni őket, hogy valamilyen struktúra, rendszer alapján építsék fel a megoldás menetét. A táblázat, ágrajz lehetővé teszi, hogy átlátható legyen számukra, hogy hol tartanak, gondoltak-e már egy adott megoldásra. Nézzünk meg egy, már bemutatott feladatot!

Mintafeladat: *Alkoss 3 betűs szavakat a megadott betűkből. Minden betűt használj fel! Hány értelmes szót találtál? r, t, é*

első betű	középső betű	utolsó betű
r	t	é
r	é	t
t	r	é
t	é	r
é	r	t
é	t	r



16



A tehetségek azonosításához olyan feladatok szükségesek, amelyek felkeltik a tanulók érdeklődését, kihívásnak tekintik azokat, de nem megoldhatatlannak. A kombinatorika területéről válogattam példákat, de a matematikának számos olyan területe van még, amely kihívást jelentő feladatokkal szolgál. Izgalmassá, élvezetessé tehetjük tanóráinkat, ha a feladatok megoldásához a megfelelő módszereket, munkaformákat, eszközöket választjuk ki, és így a gyerekek lelkesedését fenntartva tehetjük érthetőbbé, szerethetőbbé a matematikát.

4.2 Kombinatív képesség fejlesztése felső tagozaton

A felső tagozatos tanulók körében már nem végzünk tehetségazonosítást - a matematikai tehetség, tehetségígéret korai megmutatkozása ezt nem teszi szükségessé -, alapul vehetjük az alsó tagozatban végzett mérések, megfigyelések eredményeit.

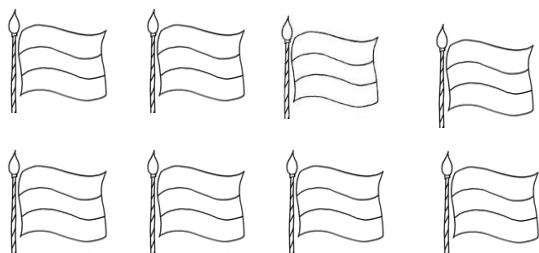
A kombinatorika, valószínűségszámítás témakör feldolgozása során lehetőség van a konvertáló, rendszerező, kombináló és preduktív képességek fejlesztésére, így a meglévő, már az előző években az alsó tagozaton megszerzett tudásra alapozva a feladatmegoldást magasabb szintre lehet emelni. A feladatmegoldások során fontos a fokozatosság elvének betartása, így juthatnak el a tanulók a színezésektől, ágrajzoktól, táblázatok készítésétől a képletek, formulák tudatos alkalmazásához. A feladatok kiválasztásánál érdemes figyelembe venni a központi felvételin és a versenyeken előforduló típusfeladatokat.

A színezéstől a formuláig

A témakör feldolgozását mindig ismétléssel kezdjük, alapozva a tanulók előzetes ismereteire. Az alsó tagozatban már a lehetséges esetek számát meghatározták színezéssel, ágrajzzal, táblázatos módszerrel. Ebből indulunk ki, de figyelembe vesszük - bővítjük - a verseny- és központi felvételi feladatsorokban előforduló megoldandó problémákat.

1. feladat

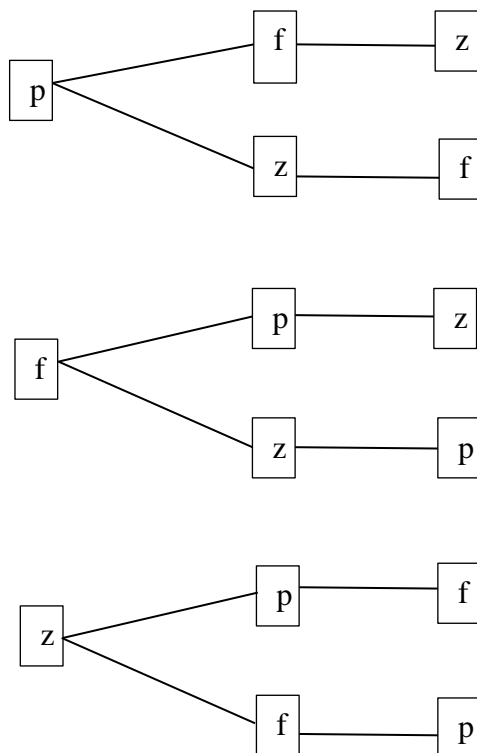
Hányféle három sávos zászlót készíthetünk a piros, fehér és zöld színek felhasználásával, ha egy színt csak egyszer használhatunk? (Több ábra van, mint lehetőség.)



A tanulók között lesznek olyanok, akik színezésében nincs rendszer, de olyanok is, akik egy szisztéma szerint oldják meg a feladatot.

Az ellenőrzés során hangsúlyozzuk, hogy ha vagy egy szín helyét (felső, középső, alsó sáv) vagy a felső sávhoz választott egy színt rögzítjük, és utána keresik meg a többi lehetőségeket, akkor megtalálhatják az összes esetet és az önellenőrzés is könnyebb.

Ennek ismeretében megmutathatjuk az ágrajzot, mint a színezésen kívüli másik megoldási lehetőséget, illetve a táblázatos módszert.



felső sáv	középső sáv	alsó sáv
piros	fehér	zöld
piros	zöld	fehér
fehér	zöld	piros
fehér	piros	zöld
zöld	fehér	piros
zöld	piros	fehér

A színezés, ágrajz és táblázat segítségével több feladat megoldása után általánosíthatunk, felírhatjuk a képletet. A lehetséges esetek száma: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

A feladatot nehezíthetjük, ha több színnel dolgozunk, vagy több színnel és több sávval.

Tantárgyi kapcsolódási pont lehet

- a földrajz: Mely országok zászlója áll a fenti 3 színből? Keresd meg!
- magyar: Adott 3 betűből hány „szó” alkotható? Melyek értelmesek ezek közül?
- matematika: Adott 3 számjegyből hány háromjegyű szám állítható elő? Nehezíthetjük a feladatot, ha a számjegyek között 0 is van. Továbbá növelhetjük a számjegyek számát, illetve 3-nál többjegyű szám előállítását is legyen a feladatok között. (A képzett számok számát, már a számok felírásával ne tudják meghatározni a diákok, csak a formula megfelelő alkalmazásával.)
Oszthatósági szabályok vizsgálata: Ebből hány páros? Hány páratlan? Hány osztható 3-mal, 4-gyel, 5-tel stb.?

A diákok előzetes ismereteit feleleveníthetjük, a fagyaltos feladattal. Hívjuk fel a tanulók figyelmét arra, hogy megkülönböztetünk két esetet: tölcsérbe vagy kehelybe kérjük. Ha tölcsérbe kérjük, akkor ugyanaz az eset, mint az előzőekben. Más a probléma, ha kehelybe kérjük, mivel ebben az esetben a gombócok nem egymáson, hanem egymás mellett helyezkednek el. A lehetséges esetek számának meghatározásánál nem tekintjük más esetnek, ha forgatással egymásba átvihetők a „kehelyek”. Azaz, ha egy gombócot rögzítünk, és a két szomszédja megegyezik, ugyanaz az eset. A rögzített elem bal és jobb oldali szomszédjának felcserélésével kaphatunk egy újabb elrendezést. A feladat könnyebb megértése érdekében modellezhetjük a feladatot színes korongokkal, gombokkal. Ezt a gondolatmenet

alkalmazható még kerek asztal ültetési rendjének meghatározásánál, melyet a tanulók eljátszhatnak. Így a tanulók tapasztalati úton juthatnak el a megértés és értő alkalmazás szintjére.

A formulát tudatosan alkalmazóok, már könnyen, rövid idő alatt meg tudják oldani a következő feladatot:

Katinak két sapkája (kék és piros), három sálja (zöld, fehér és rózsaszín) és két kabátja (fekete és csíkos) van. Hányféleképpen tud Kati felöltözni?

Míg az előző feladatban nem fordult elő az elemek között ismétlődés, a következő lépés az, ha először egy, később pedig több elem is ismétlődhet.

2. feladat

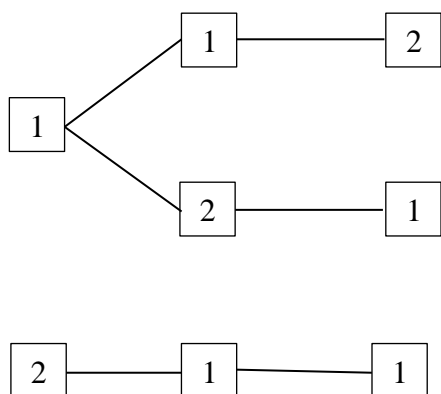
a) Képezz háromjegyű számokat az 1, 2, 3 számjegyek felhasználásával, ha egy számjegyet csak egyszer használhatsz!

Az eddig tanultak alapján könnyen fel tudják írni a tanulók: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ darab.

b) Képezz háromjegyű számokat az 1, 1, 2 számjegyek felhasználásával!

Mivel az elemek száma kevés, a tanulók felsorolhatják a lehetséges számokat:

112, 121, 211. Ágrajz segítségével elmagyarázhatjuk, hogy többjegyű szám, több ismétlődő számjegy esetén hogyan alkalmazható a „képlet”.



Mivel két elem ismétlődik, melyeket nem különböztetünk meg, és ezeket az ismétlődő elemeket

$2 \cdot 1 = 2$ féleképpen rendezhetjük sorba, ezért a lehetséges számok száma: $\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 3$

A feladatot nehezíthetjük, ha az ismétlődő elemek számát növeljük, pl.: az 1, 1, 1, 2, 2, 3 számjegyekből állíts elő 6 jegyű számot!

Megmutathatjuk a tanulóknak, hogyan lehet a képletet alkalmazni, ha adott számjegyekből – ismétlődéssel és ismétlődés nélkül – a számjegyek számánál kevesebb jegyű számot kell előállítani. Fontos megemlíteni azt az esetet, ha számjegyek között 0 is van.

3. feladat

Hányféleképpen olvasható ki a MACSKA szó, ha csak jobbra és lefelé léphetsz?

M	A	C	Alsó tagozatban már megismerkedhettek a tanulók ezzel a feladattípussal, melyet még rajzolással oldottak meg.
A	C	S	Néhány ismétlő feladat megoldása után érdemes
C	S	K	a megoldások számának meghatározására
S	K	A	egy másik módszert megmutatni.
M	A ₁	C ₁	Hányféleképpen juthatunk el az egyes betűkig?
A ₁	C	S	Az M kezdő betűtől az első sorban és oszlopban található
C ₁	S	K	A, C és S betűkig egyféleképpen mehetünk.
S ₁	K	A	
M	A ₁	C ₁	Hány úton mehetünk a második sorban lévő C és S
A ₁	C ₂	S ₃	betűhöz? A rajzos megoldás segítségével megállapíthatjuk,
C ₁	S	K	hogy a betű előtti és feletti lehetőségek száma adja az
S ₁	K	A	összes utak számát.
M	A ₁	C ₁	Ha ezt belátják a tanulók, akkor már egyszerűen meg tudják
A ₁	C ₂	S ₃	határozni a lehetséges leolvasások számát, és tudják
C ₁	S ₃	K ₆	alkalmazni több-betűs szó és számok kiolvasása esetén is.
S ₁	K ₄	A ₁₀	

4. feladat

Egy zacskóban 3 pár fehér és 2 pár kék zokni van. Hány darabot kell legalább kihúzni, hogy biztosan legyen köztük: a) egy pár fehér, b) két pár fehér, c) egy pár kék, d) egy pár fehér és egy pár kék, e) egy pár fehér vagy egy pár kék?

Fontos megállapodni abban, hogy a bal és jobb lábas zoknik nem különböznek egymástól!

5. feladat

Egy zacskóban 3 pár fehér és 2 pár kék kesztyű van. Hány darabot kell legalább kihúzni, hogy biztosan legyen köztük: a) egy pár fehér, b) két pár fehér, c) egy pár kék, d) egy pár fehér és egy pár kék, e) egy pár fehér vagy egy pár kék?

Fontos megállapodni abban, hogy a bal és jobb kezes kesztyűket megkülönböztetjük!

A tanulók előzetes ismeretétől függően a megoldást modellezhetjük az általuk elkészített – papírból kivágott, színezett – zoknikkal, kesztyűkkel. A manipulatív tevékenység, lazító program is lehet, motiválhatja a tanulókat, illetve fenntarthatja a már meglévő érdeklődésüket. A feladat nehezíthető a színek és a darabszám növelésével is.

Ha a feladatok első lépésben nehéznek mutatkoznak, akkor eljátszhatják színes golyókkal is. A tapasztalatokból levont következtetések alapján általánosításokat fogalmazhatnak meg, ezután vissza lehet térni a zoknis, kesztyűs feladatokra.

A feladatok lehetőséget adnak a legalább, legfeljebb, maximum, minimum stb. jelentésének elmélyítésére is, mely kifejezések, nagyságrendi relációk értelmezése nehézséget okoz a tanulók nagy részének. Példaként hozhatjuk a KRESZ táblákat: sebesség, magasság, tömeg, parkolási időkorlátozás.

A feladatok kiválasztásánál törekedjünk arra, hogy kapcsolódjanak különböző tantárgyakhoz, illetve a gyakorlati élethez. Építsünk be minél több játékot, manipulatív tevékenységet, mert a diákok magasabb évfolyamon is szeretnek játszani, alkotni. Így a tanulók megtapasztalhatják a matematika és a gyakorlati élet kapcsolatát.

5. Kompetenciafejlesztő feladatok középiskolába készülőknek

Bevezetés

A matematika általában a diákok számára legnehezebb kötelező érettségi tantárgy. Az érettségi eredményeket értékelve jól kivehető, hogy általában matematikából a legrosszabb a tantárgyi átlag.

A tanulási nehézségekkel küzdő gyerekeknek már a középiskolás felvételi feladatsor is komoly kihívást jelent. Sokan úgy kezdik el a középiskolát, hogy nem rendelkeznek megfelelő alapismeretekkel, ráadásul a tanulási módszereik nem hatékonyak, vagy nincsenek is. Az általános iskola felső tagozatában ezáltal kevés sikerélményben volt részük, aminek következtében jellemzően alul motiváltak.

Fontos tehát végig gondolnunk azt, hogy milyen cél tűzhető ki a középiskola első évfolyamán. Egyrészt létfontosságú a hiányzó alapismeretek, alapkészségek, és kompetenciák kialakítása. Addig nem érdemes új anyagot tanítani, új ismereteket, összefüggéseket megmutatni a tanulóknak, amíg az alapismeretek hiányoznak. Ezekben a csoportokban érdemes az előírtnál sokkal alaposabb, átfogóbb ismétléssel kezdeni, ha szükséges, akár a tanterv átalakításával.

Az ismétlés helyszíne a tanóra, de személyre szabott korrepetálások is kiegészíthetik. Célszerű kis osztálylétszámmal, minél változatosabb módszerekkel tanítani. A folyamat lezárása pedig egy felmérővel zárulhat, melynek feladatai például a központi felvételi feladatsor feladataiból is kikerülhetnek. A fentiekhez kapcsolódóan fontos kérdés az is, hogy milyen alapismereteket tanítsunk, ismételjünk.

Szeretnék lehetséges mintát mutatni ehhez a folyamathoz. Feladatokon keresztül, az alkalmazható pedagógiai módszereket is bemutatva vezetném a kollegákat, a teljesség igénye nélkül. A lehetséges utakat, az első lépéseket szeretném felvillantani.

Mintafeladatok

A feladatokat a középiskolai központi felvételikből, a kompetenciafelmérőkből és a PISA tesztekéből válogattam. Mind az öt feladat kompetenciaalapú, nyolcadikos tanulóknak készült.

Középiskolai tanárként az utóbbi években rendszeresen javítottam a hozzánk jelentkező tanulók felvételi dolgozatait. Azt tapasztaltam, hogy a legtöbb gondot a szöveges feladatok megoldása jelenti. Mivel az iskolánkba jelentkező tanulók az általános iskolákban a jól

Az átlagos vagy tehetséges tanulók szinte gondolkodás nélkül megoldják. Ezekben a csoportokban a cél a megoldás tudatosítása, a feladat fejlesztésével, tovább gondolásával adhatunk kihívást. A felzárkóztató csoportban viszont célszerű előkészíteni, hogy az önálló megoldás után sikerélményhez jussanak. A képi információkat kell értelmezni, ez a szövegértési kompetencia kialakítását segítheti.

Az előkészítés folyamata:

- A feladat megoldását a képi adatok elemzésével kezdjük. (A tanulók csak a grafikonot látják.)
- A folyamatot tanári kérdések irányítják:
 - o Fogalmazz meg egy állítást a grafikon adataiból! (Például: Egy fiú sem kapott kettést.)
 - o Hányan kaptak az osztályból elégtelent?
 - o Foglaljuk táblázatba az adatokat! Milyen oszlopai és sorai legyenek a táblázatnak? (érdemjegyek, illetve lányok, fiúk, összesen)
- A táblázat közös ellenőrzése után vegyük elő a feladathoz kapcsolódó kérdéseket! (Hányast kapott Péter, ha hatan kaptak rosszabb jegyet? Az osztály hány százaléka kapott jelest?)

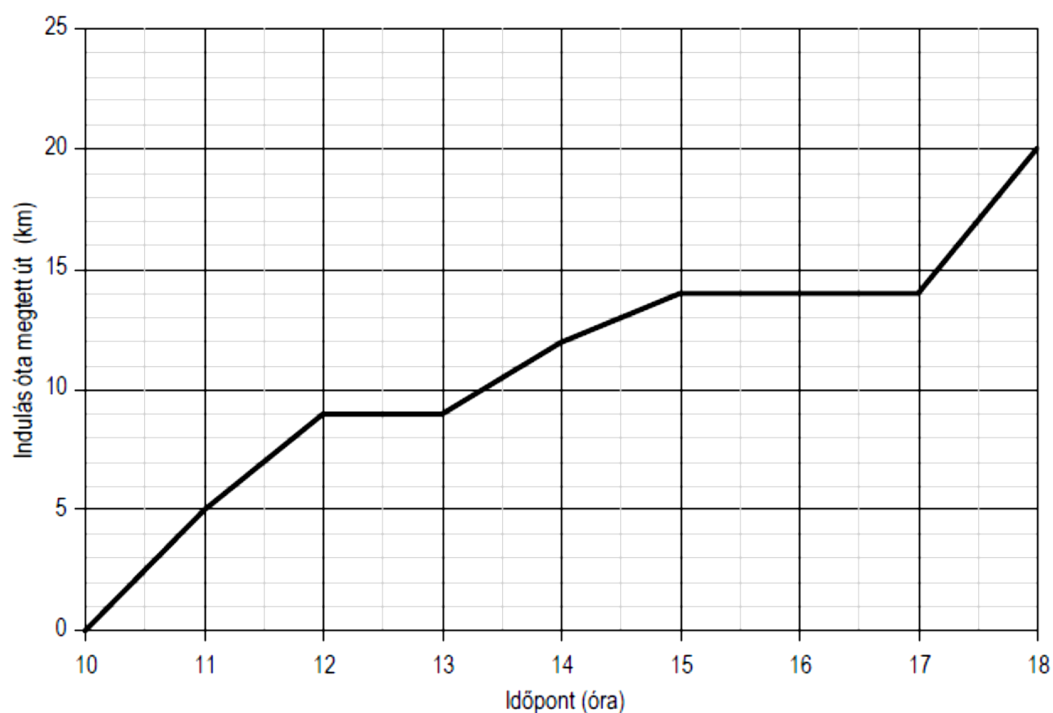
A feladat fejlesztése:

- Tehetséges gyerekek:
 - o Készíts táblázatot!
 - o Kik teljesítettek jobban a fiúk vagy a lányok? Egy lányt véletlenszerűen kiválasztva, mekkora a valószínűsége annak, hogy jelest kapott?
 - o Önálló munkára: Mindenki bemondja a legutóbbi dolgozatának eredményét! Az új adatokból készíts táblázatot, és válaszolj az előbbi kérdésekre!
- Korrepetálás:
 - o Ha a második kérdés problémás:
 - Fogalmazz meg a második kérdéshez hasonló kérdést, de „hányad része” legyen benne! (Egészítsük ki a táblázatot új sorral: „arányos rész”.)
 - o Eszköztudás gyakorlása
 - A táblázat adatainak felhasználásával. Új sor kitöltése. Tört egyszerűsítése, bővítése.

- Műveletek törtekkel. (Például a gyerekek hányad része kapott egyest vagy kettest?)
- Egészítsük ki a táblázatot egy új sorral: „százalék”!
- Tört átváltása tizedestörtté, százalék fogalma.

2. feladat: Kompetenciamérés (A 8. évfolyamos, 2018. évi feladatsor, „A” Tesztfüzet 105-106., „B” Tesztfüzet 76-77. feladat.

Egy osztály gyalogtúrára ment a Balatonhoz. Az első nap megtett útról készült a következő grafikon.



105. Mikor haladtak a leggyorsabban?

Válasz: óra és óra között.

106. Döntsd el, melyik igaz, illetve melyik hamis a következő állítások közül! Válaszodat a megfelelő kezdőbetű bekarikázásával jelöld!

- | | | |
|---|---|---|
| A túra ideje alatt összesen 3 órát pihentek. | I | H |
| 13 és 15 óra között 14 km-t tettek meg. | I | H |
| Az első 4 óra alatt az útnak több mint a felét tették meg. | I | H |
| A túrázók ugyanannyi kilométert tettek meg 10 és 11 óra között, mint 11 és 12 óra között. | I | H |

A feladat szintén grafikon elemzése. (Nehézségi szint: közepes.)

Első fázis: előkészítés, elemzés

Módszer: kérdések, instrukciók

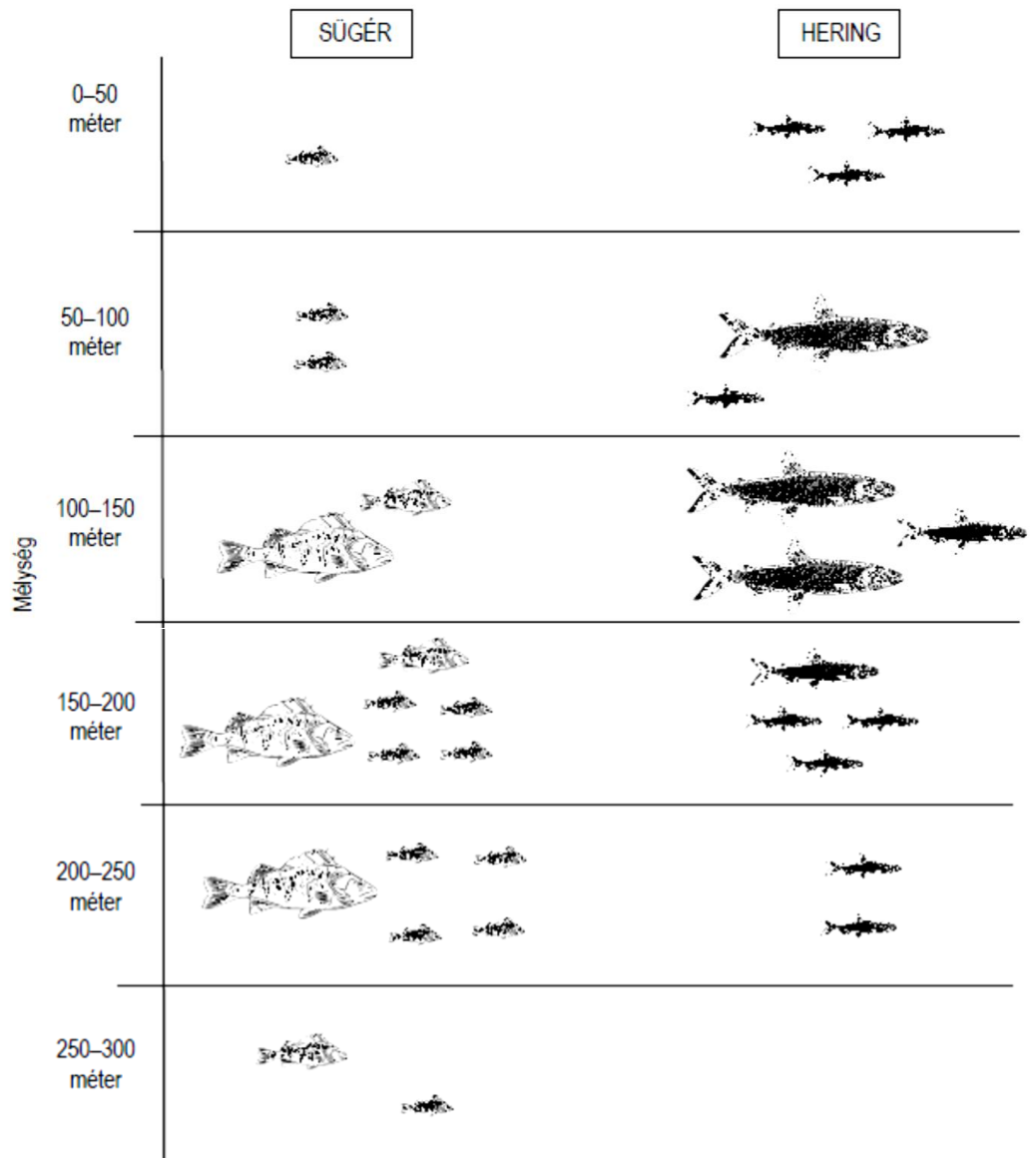
Munkaforma: frontális munka

Az előkészítés folyamata:

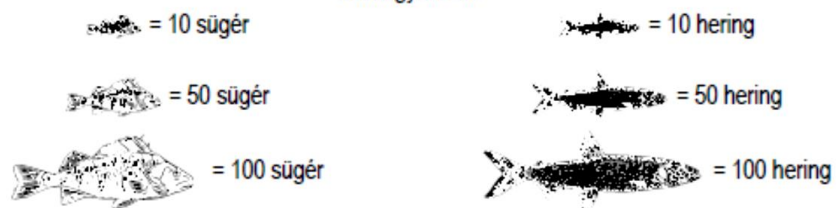
- A megoldást előkészítő tanári kérdések, instrukciók lehetnek: (A gyerekek csak a grafikont látják.)
 - Mit mérünk a vízszintes tengely mentén?
 - Fogalmazz meg a túra idejére vonatkozó kérdéseket! (Például: Hány órán át tartott a túra? Hány órakor indultak, illetve mikor érkeztek meg?)
 - Mit mérünk a függőleges tengely mentén?
 - Fogalmazz meg a túra távolságára vonatkozó kérdéseket! (Például: Hány kilométert tettek meg összesen? Hány kilométert tettek meg az első órában?)
 - Milyen jellemző fejezi ki az egy óra alatt megtett utakat?
 - Fogalmazz meg sebességgel kapcsolatos állításokat! (Például: Az első órában 4km/h a sebesség.)
- Második fázis: önálló megoldás. (A feltett kérdések megválaszolása.)
- Harmadik fázis: ellenőrzés. Az ellenőrzés tapasztalatai alapján a következő lépés vagy hasonló feladat közös megoldása (további gyakorlás) vagy a feladat fejlesztése.
- Negyedik fázis: Fejlesztés
 - Alakítsuk szövegessé a feladatot!
 - A túra kezdete 10 óra, vége 18 óra. A túra során egyenletes 4 km/h a sebesség, de 13 és 15 óra között pihennek, majd visszafordulnak, és a túra végére visszaérnek a kiinduló pontra.
 - Készítsd el a grafikont!

3. feladat: Kompetenciamérés (A 8. évfolyamos, 2018. évi feladatsor, „A” Tesztfüzet 70-71., „B” Tesztfüzet 98-99. feladat.

A sügér és a hering tengermélység szerinti megoszlását vizsgálják biológusok a Baltitengerben. A vizsgált tengerrészt mélységtartományokra osztották fel, és ezekben műszer segítségével számlálták meg a sügéreket és a heringeket. A számlálás eredményét az alábbi diagramon ábrázolták.



Jelmagyarázat:



A feladat, a korábbiakhoz hasonlóan, szintén egy grafikon elemzése, ám a feladatban található grafikonok már eléggé összetettek. (Nehézségi szint: közepes)

A feladat megoldása önálló munkával (részekre bontott megoldással) történik.

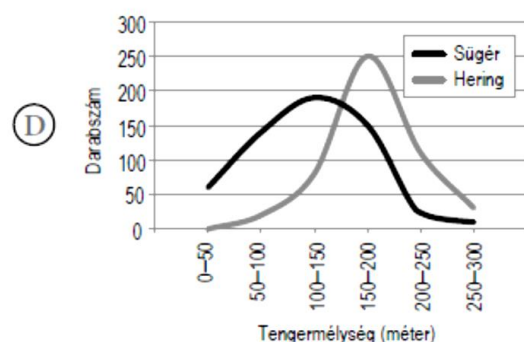
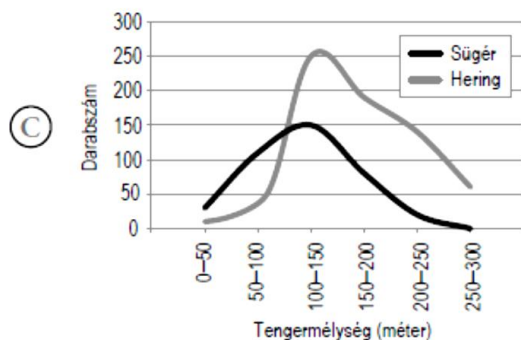
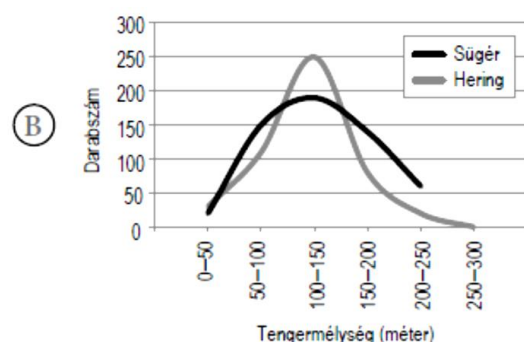
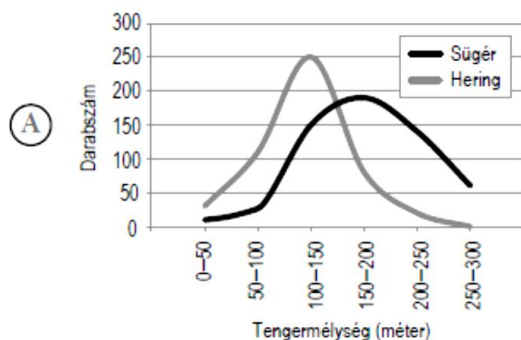
Első fázis:

- A képhez készítsünk táblázatot!

Második fázis:

- A táblázatot lásd el egy új, „százalék” nevű sossal!
- Válaszolj a két kérdésre!

70. Melyik grafikon ábrázolja helyesen a sügér és a hering tengermélyég szerinti megoszlását? Satírozd be a helyes ábra betűjelét!



71. Milyen mélységbe engedjék le a hálójukat a környéken dolgozó halászok, ha elsősorban heringet szeretnének fogni, és nem akarják, hogy a kifogott halak több mint 20%-a sügér legyen? Karikázd be a helyes válasz betűjelét!

- 50-100 méter mélyen
- 100-150 méter mélyen
- 150-200 méter mélyen
- 200-250 méter mélyen
- 250-300 méter mélyen


A következő lépés az önálló gyakorlás. A kitűzött két feladat nehézségi szintje könnyű, így alkalmasak lehetnek arra, hogy a megoldással sikerélményt nyújtsanak.

A feladat megoldása azonban nem ér véget a helyes eredmény közlésével. A hangsúly az elemzésen, a lényeges adatok kiválasztásán van (első és második lépés). Ha szükséges a megoldáshoz vezető kérdéseket is felírjuk (ha nem szükséges, akkor utólag fogalmazzuk meg a megoldás lépéseit, ezzel tudatosítjuk az algoritmust).

4. feladat: PISA teszt (A 2012. évi feladatsor nyilvánosságra hozott feladatai, 33. oldal).

NYARALÓ

Kriszta az alábbi hirdetést találta az interneten. Fontolgtatja a nyaraló megvásárlását azzal a céllal, hogy kiadja nyaraló vendégeknek.

Helyiségek száma:	1 ebédlő és nappali 1 hálószoba 1 fürdőszoba	<p>Ár: 200 000 zed</p> 
Alapterület:	60 négyzetméter (m ²)	
Parkoló:	van	
A belvárosba jutáshoz szükséges idő:	10 perc	
Távolság a strandtól:	350 méter (m) légvonalban	
Vendégeknek kiadva az elmúlt tíz évben átlagosan:	évente 315 napra	

A nyaraló árával kapcsolatosan Kriszta kikérte egy szakértő tanácsát. Egy nyaraló értékének felbecsléséhez a szakértő a következő kritériumokat használja:

Ár/m ²	Alapár:	2500 zed/m ²			
	A belvárosba jutáshoz szükséges idő:	ha több mint 15 perc: + 0 zed	ha 5-15 perc: + 10 000 zed	ha kevesebb, mint 5 perc: + 20 000 zed	
	Távolság a strandtól (légvonalban):	ha több mint 2 km: + 0 zed	ha 1-2 km: + 5000 zed	ha 0,5-1 km: + 10 000 zed	ha kevesebb, mint 0,5 km: + 15 000 zed
	Parkoló:	ha nincs: + 0 zed	ha van: + 35 000 zed		

Ha a szakértő által becsült ár magasabb a meghirdetett árnál, akkor „remek vételről” beszélhetünk Kriszta, a vevő szempontjából.

Bizonyítsd be, hogy a szakértő kritériumai alapján az ajánlatban szereplő ár Kriszta számára „remek vétel”!

A megoldás lépései a 4. feladat estén:

- a) Mikor lesz a vásárlás kiváló vétel? Mit kell összehasonlítani?
- b) Milyen összetevői vannak a nyaraló értékének? (2. táblázat) Mely adatokkal nem kell számolnunk? (1. táblázat)
- c) Számoljuk ki az értékét!

5. feladat: Kompetenciamérés (A 8. évfolyamos, 2018. évi feladatsor, „A” Tesztfüzet 93., „B” Tesztfüzet 64. feladat.)

Egy társasházban lakógyűlést tartottak. A következő táblázat mutatja a társasházban található lakások méretét és a lakógyűlésen képviselt lakások számát.

A lakások mérete (m ²)	A lakógyűlésen képviselt lakások száma
35	5
80	3
115	4

A lakógyűlés akkor döntésképes, ha a lakások összterületének legalább 65%-ának a tulajdonosai jelen vannak.

Döntésképes volt-e a lakógyűlés, ha a társasházban található lakások összterülete 1300 m²?

Karikázd be a helyes válasz betűjelét! Válaszodat számítással indokold!

- A. Igen, döntésképes volt.
- B. Nem, nem volt döntésképes.

A korábbi feladatok részletezése során bemutatott megoldási algoritmus ezen feladat során a következőképpen nézne ki:

- a) Mikor döntésképes a közgyűlés?
- b) Mi a feladatban az alap, a százalékláb és a százaléktérték?
- c) Hogyan számoljuk ki a „döntésképes” területet?
- d) Hogyan számoljuk ki a „jelenlevő” területet?

Összegzés

A középiskolában matematika órán véleményem szerint nem lehet előadásokat tartani, főleg a gyengébb alapismeretekkel rendelkező gyerekek nem képesek tartósan figyelni és ezáltal nem is motiváltak. A tanításnak interaktívnak kell lenni, érdekes kiinduló feladatokkal, melyek kísérleteket, vitákat indukálnak, a tudást ugyanakkor rendszerben, az alapokból szükséges felépíteni.

Szükség van új pedagógiai módszerekre, például a kooperatív tanítás és célszerű bevonni az IKT eszközöket. Az általános iskolában tanultak ismétlése során előkészíthetjük az új anyagrészek tanításához szükséges összetevőket.

Az ismétlés elvei:

- Az ismétlés problémacentrikus legyen.
- A kitűzött feladatok tűnjenek érdekesnek, nehézségüket tekintve legyenek közepesek, ugyanakkor kihívást jelentsenek a gyerekeknek.
- A feladatokat változatos pedagógiai módszerekkel dolgozzuk fel.
- A feladatok megoldásának lépéseit algoritmizáljuk, tudatosítsuk, foglaljuk össze, ellenőrizzük.
- A feladatba ágyazva gyakoroltassuk a szükséges eszköztudást.
- Az önálló gyakorlás, az elmélyítés kooperatív módon is történhet.

FELHASZNÁLT IRODALOM

Balogh László: Elméleti kiindulási pontok tehetséggondozó programokhoz
(A Nemzeti Tehetségsegítő Tanács 2007. január 5-6-i tanácskozásához)

Mia a tehetség?

<http://tehetseg.hu/balogh-laszlo-mi-tehetseg> (2018. 05. 21.)

Balogh László 2008: Új irányok az iskolai tehetséggondozásban

<http://www.mipszi.hu/cikk/100817-uj-iranyok-iskolai-tehetseggondozasban>

(2018. 05. 16.)

Dr. Bodnár Gabriella (2015): A tehetséggondozás elméleti és módszertani kérdései a szakmai pedagógusképzésben; A különböző tehetséggondozó modellek (nemzetközi és országos kitekintéssel), a tehetséggondozás útjai, célja

<https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412b2/2013->

[0002_a_tehetseggondozas_elmeleti_es_modszertani_kerdesei_a_szakmai_pedagoguskepzesben/TM/stmj23g.htm](https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412b2/2013-0002_a_tehetseggondozas_elmeleti_es_modszertani_kerdesei_a_szakmai_pedagoguskepzesben/TM/stmj23g.htm) (2018. 05. 21.)

Czeglédy István-Rozgonyi Tiborné: Tehetséggondozás az iskolai oktatásban

http://www.nyf.hu/bgytk/sites/www.nyf.hu.bgytk/files/docs/03_tehetsegfejleszto_gyakorlat.pdf

(2018.05.017.)

Dávid Mária-Hatvani Andrea-Héjja Nagy Katalin: Tehetségazonosítás a Pedagógiában

(Géniusz Műhely)

http://tehetseg.hu/sites/default/files/geniusz_muhely/1davidmaria_12onl.pdf

(2018. 04. 22.)

Egy iskola, ahonnan nem lógnak a gyerekek

<http://www.educatio.hu/bin/content/tamop311/tamop311/eredmenyek/hejokeresztur.html>

(2018. 05. 21.)

www.ementor.hu/kifejezes/6-osztaly (2018.05.21.)

Érintő, Elektronikus Matematikai Lapok, Bolyai János Matematikai Társulat
<https://www.geogebra.org/m/tMMdVdQb#material/G3Tc3t8Y> (2018.06.01.)

<http://www.ematlap.hu/index.php/tanora-szakkor-2016-09/346-jatekok-a-tanoran-szakkoron>
(2018. 10. 8.)

Gombos Jánosné: Hátrányos helyzetű tanulók iskolai kudarcainak csökkentésére irányuló iskolai (helyi szintű) stratégiák kidolgozása és alkalmazása.

<http://ofi.hu/tudastar/eselyt-teremto-iskolak/hatranyos-helyzetu-090617-2> (2018. 05. 21.)

Gyarmathy Éva: Hátrányban az előny. A szociokulturálisan hátrányos tehetségesek. 2011.

http://tehetseg.hu/sites/default/files/12_kotet_net_color.pdf (2018.05.17.)

Gyarmathy Éva: Matematikai tehetségek. Új Pedagógiai Szemle, 2002 május

<http://epa.oszk.hu/00000/00035/00060/2002-05-1k-Gyarmaty-Matematikai.html> (2018.05.17.)

Harmatiné Olajos Tímea-Pataky Nóra-K. Nagy Emese: A kétszeresen kivételes tanulók tehetséggondozása

<http://docplayer.hu/967837-A-ketszeresen-kiveteles-tanulok-tehetseggondozasa.html> (2018. 05. 21.)

Imre Zoltánné: Aki mer, az nyer! Tankönyvkiadó, Budapest, 1989

Imre Zoltánné, Reiman István, Urbán János: Fejtörő feladatok felsősöknek, Szalay Könyvkiadó és Kereskedőház Kft., Kisújszállás, 1999

Iskolai Tehetséggondozás. Sokszínű feladatgyűjtemény tehetséggondozáshoz

<http://www.tehetseggondozas.hu/> (2018.05.17.)

http://www.jgypk.hu/mentorhalo/tananyag/Matematika_tantrgyapedaggia/141_a_kombinatv_kpessgek_a_f_krdsek_a_problmk_szintjei.html (2018.08.06.)

Körmöci Katalin: Hová búj a matematika?

<http://www.kormocikatalin.hu/?menu=47> (2018. 05. 17.)

Kós Nóra-Lestyán Erzsébet: Hogyan fejlesszük a matematikai tehetségeket?
<http://szivarvanyujsg.tudastar.com/documents/tanitas-tanulas-magazin/2012-januar/tehetsegfejlesztes.pdf> (2018.05.17.)

Matekóra-másként-Komplex Instrukciós Program-Szolnokon
<http://moderniskola.hu/2016/03/kipszolnok/> (2018. 05. 21.)

Országos kompetenciamérés 2016, 8. évfolyam
www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/meresek/orszmer2016/OKM2016_8_evfolyam_A_fuzet.pdf (2018.06. 12.)

Országos kompetenciamérés 2016, 10. évfolyam
www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/meresek/orszmer2016/OKM2016_10_evfolyam_A_fuzet.pdf (2018. 06. 12.)

Országos kompetenciamérés 2017, 8. évfolyam
www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/meresek/orszmer2017/OKM2017_8_A.pdf (2018. 06. 12.)

Országos kompetenciamérés 2017, 10. évfolyam
www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/meresek/orszmer2017/OKM2017_10_A.pdf (2018. 06. 12.)

Országos kompetenciamérés 2018, 8. évfolyam
www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/meresek/orszmer2018/OKM2018_8_A.pdf (2018. 06. 12.)

PISA2000 Nyilvánosságra hozott feladatok matematikából
www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi_meresek/pisa/peldafeladatok/PISA_peldafeladatok_Matematika_2000.pdf (2018. 06. 15.)

PISA2003 Nyilvánosságra hozott feladatok matematikából
www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi_meresek/pisa/peldafeladatok/PISA_peldafeladatok_Matematika_2003.pdf (2018. 06. 15.)

PISA2006 Nyilvánosságra hozott feladatok matematikából
www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi_meresek/pisa/peldafeladatok/PISA_peldafeladatok_Matematika_2006.pdf (2018. 06. 15.)

PISA2012 Nyilvánosságra hozott feladatok matematikából

www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi_meresek/pisa/peldafeladatok/PISA_peldafeladatok_Matematika_2012.pdf (2018. 06. 15.)

Simonné Bujdosó Margit: Kiegészítő Matematika feladatgyűjtemény szakosított tantervű 5. osztályok és általános iskolai tehetséggondozó szakkörök számára, Debrecen, KLTE 1995.

Simonné Bujdosó Margit: Kiegészítő Matematika feladatgyűjtemény szakosított tantervű 6. osztályok és általános iskolai tehetséggondozó szakkörök számára, Debrecen, KLTE 1995

Szelczy Ivett-Bencéné Fekete Andrea: Matematikai tehetségek gondozása az általános iskola alsó tagozatán <http://journal.ke.hu/asc/index.php/asc/article/viewFile/176/219> (2018.05.17.)

http://www.tantaki.hu/matematika/matek9_feladatok#feladatok (2018. 05. 8.)

A Tehetség sokszínű megnyilvánulása- Tehetségkapu

<https://www.tehetsegkapu.hu/TehetsegAzonositas> (2018.05.17.)

A tehetséggondozás és a kooperatív tanulás kapcsolata

<http://www.parlando.hu/2012/2012-3/Tehetsgegondozas.pdf> (2018. 05. 21.)

http://timss.hu/feladatok/TIMSS07_matek-8evf.pdf (2018. 06. 9.)

Trencsényi László (szerk.): Módszerek a hátrányos helyzetű tanulók iskolai sikerességének segítésére; Pedagógusok és szülők együttműködése szöveggyűjtemény

<http://docplayer.hu/209307-Modszerek-a-hatranynos-helyzetu-tanulok-iskolai-sikeressegenek-segitesere.html> (2018. 05. 21.)

Vecseiné dr. Munkácsy Katalin: Tehetséggondozás hátrányos helyzetű tanulók körében, DE TTK, 2011.

https://dea.lib.unideb.hu/dea/bitstream/handle/2437/152664/Munkacsy_phd_titkosított.pdf?sequence=8 (2018.05.17.)

KÉPJEGYZÉK

- autó http://www.obudai.vackor.hu/group_katica.html (2018. 09.13.)
- bicikli <https://www.canstockphoto.hu/bicikli-rajz-40157883.html> (2018.09.13.)
- busz https://www.libri.hu/konyv/elek_maria.toto-a-busz.html (2018.09.13.)
- csiga https://grunandor.blog.hu/2009/08/10/nyari_elmeny (2018. 09.02.)
- dobókocka <https://hu.123rf.com/stock-foto/dob%C3%B3kocka.html?sti=mcxnusitazhjrubevr>
(2018.09.10.)
- foci <https://hu.depositphotos.com/114134230/stock-illustration-boy-with-balloon-soccer-drawing.html> (2018. 09.01.)
- Füles <https://moly.hu/enciklopedia/fules> (2018. 10. 16.)
- geo2
https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0038_matematika_Mako_Zita_Szilagyi_I_bolya_Teglasi_Ilona-Matematikai_versenyfeladatok/ch04.html#id488248 (2018. 09.10.)
- gyerekek <http://draltsachrita.hu/> (2018. 09.10.)
- gyufa1-2 <http://www.logikaifeladatok.hu/gyufas.html> (2018. 09.02.)
- hajó
https://www.minimano.hu/termekeink/bolcsi_es_ovikezdes/bolcsis_es_ovis_jelek/ovodai_jelk_eszlet_16_darabos_hajo.html (2018.09.13.)
- káposzta <https://stockfresh.com/image/7274433/cabbage-sketch-icon> (2018.08.12.)
- kincses láda <https://hu.stockfresh.com/stock-vectors/mellkas> (2018. 09.02.)
- kocka (Föld) <https://hu.depositphotos.com/11979814/stock-photo-earth-building-blocks.html>
(2018.10.16.)
- kenguru <https://hu.pinterest.com/pin/119908408803669577/> (2018. 10. 16.)
- kézfogó <https://hu.depositphotos.com/128566362/stock-illustration-vector-set-of-handshake.html> (2018.08.12.)
- kutya <http://kutyatanya.hu/?news=15297> (2018. 09.01.)
- liba <https://jatsszunk-egyutt.hu/libas-otletek-marton-napra/> (2018. 09.10.)
- macska <https://hu.pinterest.com/pin/306033737153285965/> (2018.09.10.)
- Malacka <http://www.movie.hu/2003/03/16/malacka-a-hos/105267/> (2018. 10. 16.)
- mézeskalács https://cz.123rf.com/photo_16801228_pern%C3%ADk-v%C3%A1no%C4%8Dn%C3%AD-cukrov%C3%AD-nastaven%C3%AD.html
(2018.08.27.)

Micimackó

http://www.polomatrixa.com/index.php?lap=148¶m=1¢er=uj_termekek&term_id=969 (2018.10.16.)

Micimackó és barátai <http://kepek.4ever.eu/rajzolt/micimacko-es-baratai-127013>
(2018. 10. 16.)

motor <https://hu.depositphotos.com/127898160/stock-illustration-motorcycle-icon-outline-style.html> (2018.09.13.)

óra <https://pixabay.com/hu/%C3%B3ra-anal%C3%B3g-arc-feh%C3%A9r-sablon-41413/>(2018.08.09)

pad <https://tw.stockfresh.com/image/7876856/student-sitting-on-chair-at-the-desk-sketch-icon>
(2018.08.12.)

repülő <https://galeria.colorir.com/veiculos/avioes/aviao-pequeno-ii-pintado-por-bernardo-634877.html> (2018. 09.13.)

súly <https://nl.depositphotos.com/101547040/stockillustratie-zwart-wit-cartoon-zwaar-gewicht.html>(2018.08.12.)

színezős, összekötős

<http://logikaifeladatok.hu/erdekesssegek.html> (2018. 09.10.)

térkép <http://magyarorszag.terkepek.net/vakterkep.html> (2018. 09.01.)

vitórlás <https://hu.depositphotos.com/137409960/stock-illustration-drawing-sailing-boat-buoy-life.html> (2018. 09.03.)

MELLÉKLETEK

1. sz. melléklet: Megfigyelési szempontsor a matematikai tehetségek azonosításához

A matematikai tehetségek már óvodáskorban megmutatkoznak. Kiemelkedő memóriájukkal, számolási készségükkel, absztrakt gondolkodásukkal (ezek a gyerekek) kitűnnek társaik közül. Mivel a matematika korán megmutatkozó tehetségterület, így a tehetségek azonosítása már óvodában elkezdődhet. A tehetségek azonosításának elkezdése alsó tagozaton már mindenképpen javasolt.

Eredményesebb az azonosítás, ha hosszabb időt hagyunk a megfigyelésre, ha többen végezzük a megfigyelést, és ez a megfigyelés nemcsak a veleszületett, illetve az évek során szerzett képességekre vonatkozik, hanem az iskolában elsajátított tudásra is.

Milyen kiemelkedő készségekre, képességekre kell odafigyelnünk?

Képességek:

- *intellektuális*: logikus gondolkodás, következtetési képesség, figyelem, emlékezet, érzékelés, észlelés, képzelet;
- *művészi képességek*: A matematika és a zene az a két terület, amelyben a tehetség már egészen fiatal korban megmutatkozik, és mindkettőnél döntő szerepe van a veleszületett adottságoknak. Sokan úgy tartják, hogy a zenetanulás fejleszti a gyermek matematikai képességeit.

Kreatív személyiségtulajdonságok:

- *magas szabadságigény*: függetlenségre törekvés, kezdeményezőképeség, sokféle kapcsolat keresése;
- *eredetiség*: fantázia, egy-egy eredeti gondolat, megoldás, ami a szokványostól eltérő;
- *hajlékonyság*: jellemző a gondolkodás könnyedsége, gördülékenysége, különböző gondolatok, ötletek, megoldások előtörése, pl. problémahelyzetekben ötletgazdagság;
- *rugalmasság*: saját ötleteit képes variálni, ismereteket más összefüggésben is tud használni;
- *kidolgozottság*: képes a felmerülő ötleteket megvalósítani;
- *problémaérzékenység*: bonyolult összefüggések gyors áttekintése jellemző;

- *átfogalmazó képesség*: egy problémát képes más nézőpontból is értelmezni;
- *ötletgazdagság*.

Feladatkötelezettség:

- *kíváncsiság, érdeklődés, tudásvágy, motiváltság,*
- *szorgalom, kitartás,*
- *teljesítménymotiváció.*

Gondolkodási műveletek:

- *lényegkiemelés,*
- *„kézen foghatóvá” tevés*: olyan gondolkodási művelet végzésénél figyeljük meg tanulóinkat, amelynél ismert, konkrét helyzetekben adott a problémamegoldás;
- *elemzés*: tárgyakat, jelenségeket részeire bontjuk a lényeg megismerése céljából;
- *összehasonlítás*: mely során megállapítjuk, hogy két vagy több dolog miben és mennyiben hasonlít egymásra, illetve mennyiben és miben tér el;
- *rendezés*: valamilyen szempont szerinti válogatást, kiválasztást végzünk;
- *összefoglalás*: kapcsolatot hozunk létre tárgyak, dolgok azon tulajdonságai között, amelyet elemzéssel már feltártunk, kiemeltünk, s ezeket gondolatban egy egészé rendezzük;
- *általánosítás*: tárgyakat, jelenségeket bizonyos jegyeik alapján egy csoportba soroljuk;
- *elvonatkoztatás*: a leglényegesebb tulajdonságokat kiemeljük, általánosítjuk, a lényegest és lényegtelenet elkülönítjük egymástól;
- *hasonlítás*: tárgyak, dolgok, jelenségek sajátosságait valamilyen más, ismert, hasonló dolgon mutatjuk meg;
- *fogalomalkotás*: tárgyak, tulajdonságok lényeges, általános és elvonatkoztatott jegyeinek megfogalmazása.

Számolási készség

Értelmes olvasás, szövegértés

Következtetések levonása megfigyelések alapján

Ismeretek gyakorlati alkalmazása

Algoritmikus gondolkodás

(Kisiskoláskorban a matematikai problémák megoldásánál a gyerekek sokszor találgatva jutnak el a megoldásig, szükséges egy olyan "eszközt" a kezükbe adni, mellyel biztosan, rutinszerűen oldanak meg feladatokat.)

Kombinatorikus gondolkodás

(Megléte nagyon fontos, a kritikai gondolkodást vonja maga után, mely az egész személyiséget fejleszti.)

Térszemlélet (Az alakzatokat egésznek értelmezik, tulajdonságokat, összefüggéseket nehezen látnak meg, ezért ennek kiemelkedő megléte iránymutató.)

Érdekes az előre egyeztetett képességek, tulajdonságok megadásával táblázatot készíteni, mely egyénre szóló, és több pedagógus véleményét, értékelését tartalmazza szövegesen vagy számokkal.

0=Ilyet nem tapasztaltam, nem jellemző; 1=Csak elvétve fordul elő, ritkán jellemző;

2=Többször is előfordul, gyakran jellemző; 3=Szinte minden esetben tapasztalható, jellemző;

N=Nem állt módomban megfigyelni;

NÉV:				
<i>Megfigyelt időszak:</i>				
Megfigyelési szempontok	<i>Pedagógus 1.</i>	<i>Pedagógus 2.</i>	Összesítés
kíváncsiság, érdeklődés, motiváltság				
szorgalom, kitartás				
figyelem				
emlékezet				
kezdemenyezőképesség				
problémaérzékenység				
.....				
.....				

2. sz. melléklet: Feladatlapok azonosításhoz, tanórai munka differenciálásához

A mellékelt feladatlapok segítséget nyújtanak a kiemelt logikai képességgel rendelkező tanulók azonosításához, fejlesztéséhez, a tanórai munka differenciálásához. Az egyéni munka eredményessége fokozható, ha a gyorsabban haladók számára egyénre szabott feladatokat biztosítunk. Az ilyen feladatokkal figyelembe vesszük a tanulók pillanatnyi tudását, feladatbírását, hatékonyan segítjük továbbhaladásukat. Ezek a feladatlapok rétegmunkához is felhasználhatóak, ügyelve arra, hogy ne skatulyázzuk be vele a gyerekeket (gyenge, közepes, jóképességű, illetve ne erősítsük bennük ezt a képzetet a külön padosorokba való átültetéssel). Páros munka vagy pármunka (azonos képességű, illetve azonos tudásszintű vagy különböző képességű, illetve különböző tudásszintű tanulók együttműködése) esetén is eredményesen alkalmazhatóak a feladatlapok. A feladat vagy feladatlap választással történő differenciálás motiváló lehet a gyermekek számára, fenntartva így érdeklődésüket, és még kitartóbb munkára ösztönözve őket. Kooperatív csoportmunkánál is lehetőséget adhatunk a tanulóknak feladat vagy részfeladat választására, melynek önkéntessége szintén inspiráló lehet számukra, hiszen felelősséget vállalhatnak olyan munkáért, amely a pillanatnyi tudásuknak a legjobban megfelel. A feladatlapok összeállításánál választhatunk olyan feladatokat, melyek az életkori sajátosságok figyelembevételével a tanulókhöz közel álló mesékre, az osztály életét meghatározó eseményekre épülnek, így ösztönözve őket a kitartó, hatékony munkára.

3. sz. melléklet: Feladatlapok alsó tagozatosoknak

A feladatlap



1. 8 4 2 8 6 2

Képezz az előbbi számjegyek felhasználásával 2-2-olyan háromjegyű számot, melyekre igaz, hogy a különbségük a legnagyobb,

$$\begin{array}{r} . \quad . \quad . \\ - \quad . \quad . \quad . \\ \hline . \quad . \quad . \end{array}$$

hogy az összegük a legkisebb!

$$\begin{array}{r} . \quad . \quad . \\ + \quad . \quad . \quad . \\ \hline . \quad . \quad . \end{array}$$

2. Micimackó születésnapjára meghívta barátait. Mindenki időben érkezett, csak Fülecske késett egy kicsit. Hat órakor öt meghívottnak haza kellett mennie, így a vendégek háromnegyede maradt ott. Hány vendég ünnepelt Micimackónál?

.....

3. Micimackó mézzel teli mézescsuprot vásárolt. A csupor ára negyed része a méz árának. Hányszorosa a mézzel teli mézescsupor ára a csupor árának?

.....

4. Nyuszika az erdei piacra sietett. A piacon 3 sárgarépaért egy karalábét, egy karalábéért és egy sárgarépaért pedig egy káposztát kapott. Hány karalábéért kapott 3 káposztát?

.....

B feladatlap

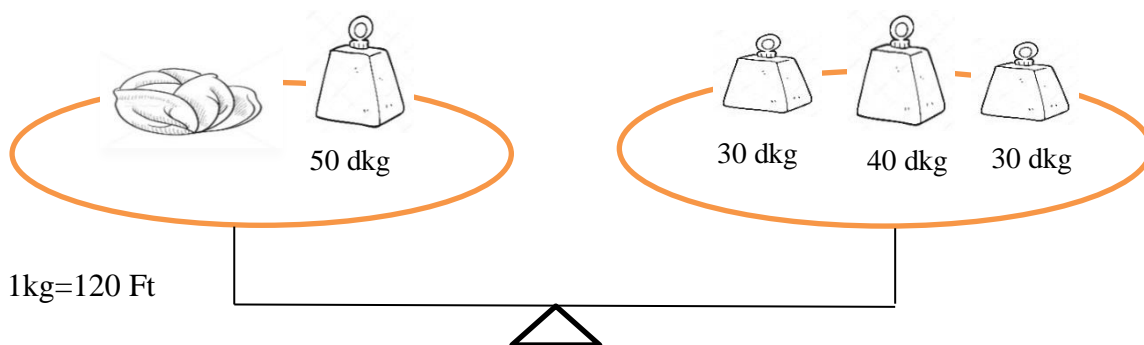


1. Az erdei futóversenyre 90 szurkoló érkezett. Micimackónak öttel többen szurkoltak, mint Malackának, Malackának viszont öttel többen, mint Fülesnek. Mennyien szurkoltak Micimackónak, Malackának és Fülesnek?

.....
.....

2. Nyuszika káposztát vásárolt. Mennyibe kerülhetett a káposzta?

.....



3. A három barát, Kanga, Malacka és Róbert Gida egy-egy sportágban versenyeznek: távolugrás, futás, úszás. Melyik barát mit sportol, ha tudjuk, hogy:

- Kanga sportolni megy úszó barátjával.
- Az úszó barát és Malacka szomszédok.
- Kanga magasabb, mint futó barátja.

.....
.....

4. Az erdei futóverseny első hat befutója nagy barátságot kötött egymással. Meleg kézfogással búcsúztak egymástól, majd a közelgő "Madarak és fák napja" alkalmából levélben is köszöntötte egymást a hat barát. Miből esett több, a búcsúkézfogásból vagy a köszöntő levélváltásból? Miért?

.....
.....



C feladatlap









1. Tigris, Micimackó születésnapjára ajándékot szeretne vásárolni.
– Ha háromszor annyi pénzem lenne, mint amennyi most van, és még te is adnál 1 forintot-
mondta Róbert Gidának, akkor éppen 100 forintom lenne. Mennyi pénze van?

.....

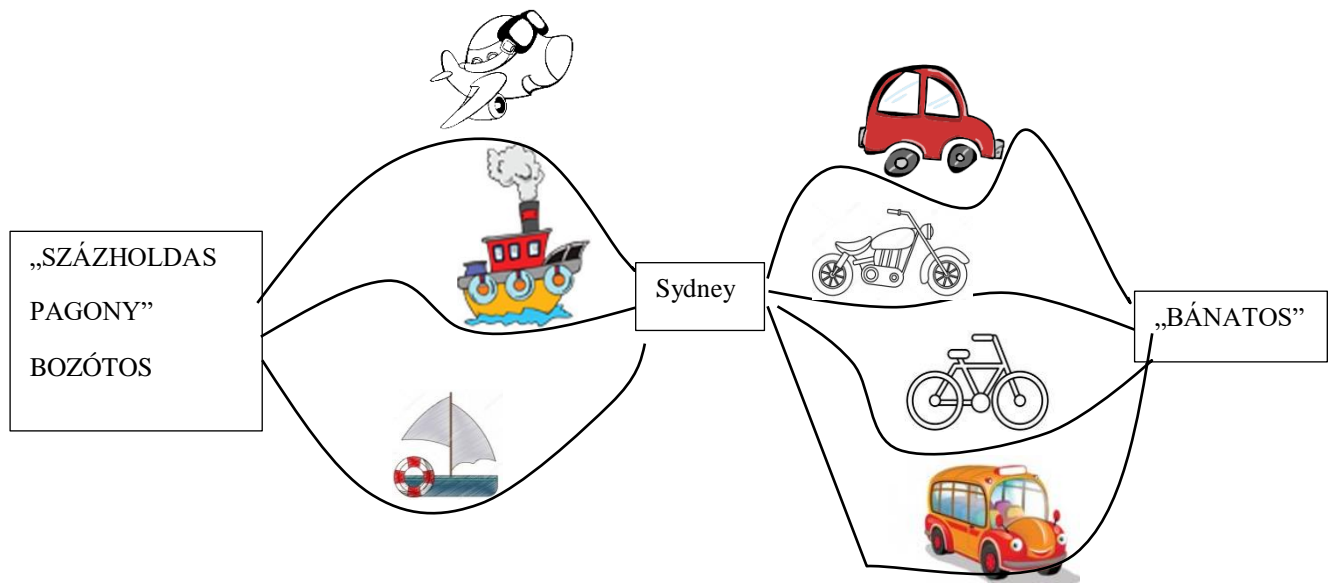
2. A 10 jóbarát bokrot ültetett Füles "MÉLÁZÓ HELYÉRE". Ebből öten mindennap, a többiek
csak minden második napon ültettek bokrot. Hány bokrot ültettek tízen a tíz nap alatt?

.....

3. Az ábrán látható táblázat mezőiben összesen 8 kenguru van. Legalább hány kengurunak kell
valamelyik üres mezőbe ugrania, hogy minden sorban és minden oszlopban pontosan 2 kenguru
legyen?

4. Zsebibaba és Kanga elutaznak meglátogatni ausztráliai rokonaikat. Hányféleképpen tudnak eljutni oda?



4. sz. melléklet: Feladatok felsős tanulók számára



Játszd el, rajzold le, rakd ki!

Néhány feladat felsősöknek

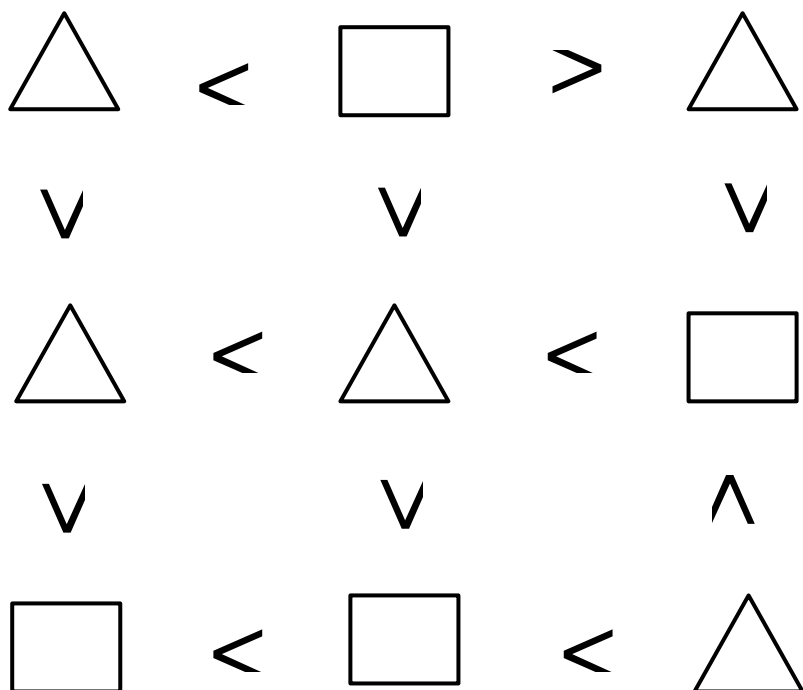


Logikai feladatok

1. Egy csiga nappal 5 métert mászik felfelé a falon, de minden éjjel 2 métert csúszik vissza.
Hányadik napon érkezik fel a 16 méter magas fal tetejére?
2. Négy gyerek egy egyenes mentén sorakozik fel.
Gabitól Peti 5 méterre, Peti Karcsitól 3 méterre, Karcsi Zolitól 1 méterre áll.
Hány méterre állhat Gabitól Zoli?
3. Kati néni udvarán libák és kecskék vannak. Összesen 8 fejük és 22 lábuk van. Hány liba és hány kecske van az udvaron?
4. Három lány, Dóri, Fanni és Eszter három különböző helyen nyaralt. Az egyik a Balatonnál, a másik a Tisza mellett és a harmadik a Velencei tónál. A következőket tudjuk róluk:
Dóri sokat mesélt a Balatonnál nyaralónak.
Fanni könyvet ajándékozott annak, aki a Velencei tónál nyaralt.
Eszter moziba megy a Tisza mellett nyaralóval és Dórral.
Ki hol nyaralt?
5. A Piripócsi vásáron 2 lúdért 4 kakast adnak, 4 csirkéért 2 kakast.
Hány kakasért tudta elcserélni az egyszeri asszony 1 lúdját és 2 csirkéjét?

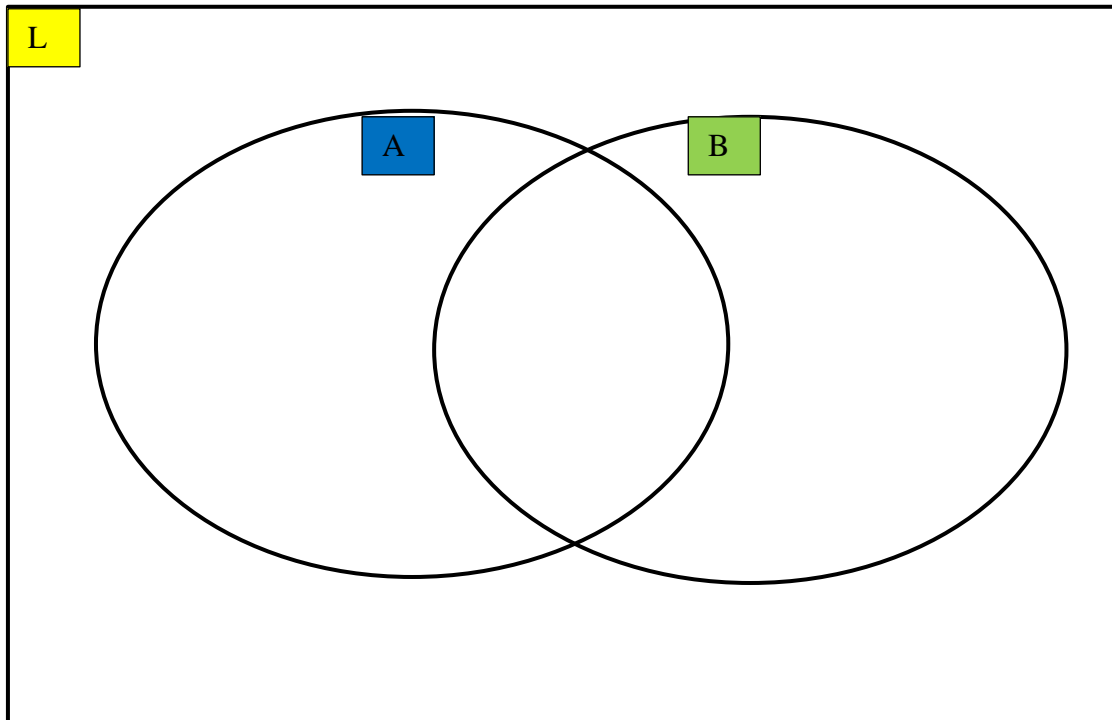


6. Az ábrán látható háromszögekbe és négyzetekbe írd be az egész számokat 1-től 9-ig úgy, hogy az előre kijelölt kisebb, nagyobb jelek igaz állításokat jelöljenek, és a háromszögekbe páratlan, a négyzetekbe páros számok kerüljenek!

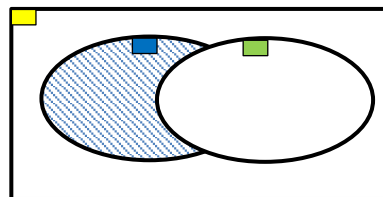
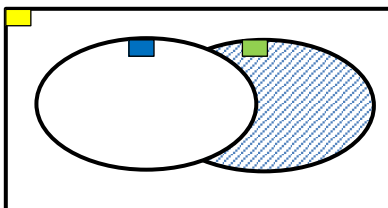


Halmazok

1. Katinak 7 barátnője van. Közülük Lillának, Erzsinek, Zsófinak, Mirának barna haja van. Fruzsi, Bella, Zsófi, Lilla biciklivel jár iskolába. Anna szőke és szülei viszik autóval. Az alábbi halmazábra megfelelő helyére írd be a lányok nevét!
 $L = \{\text{A lányok}\};$ $A = \{\text{Biciklivel járnak}\};$ $B = \{\text{Barna hajúak}\}$



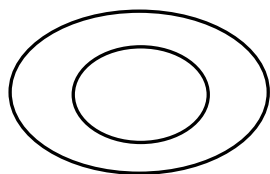
- a) Kik és miért kerültek a két halmaz metszetébe?
b) Van-e olyan lány, akit sem az A sem a B halmazba nem írtál? Miért?
c) Kiket és milyen tulajdonságai alapján írtál a bevonalkázott halmazrészbe?



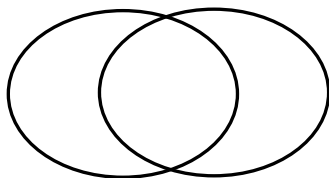
2. Egy garázsban járművek állnak. Egy kék és két piros bicikli, egy fekete motorkerékpár, egy piros autó és egy sárga busz.

Melyik ábra jelölheti

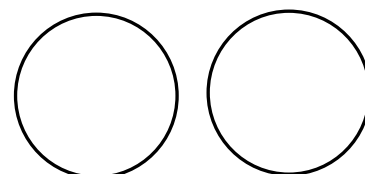
- a két- és a négykerekűek halmazát,
- a járművek és a biciklik halmazát.
- a piros járművek és a biciklik halmazát?



1.

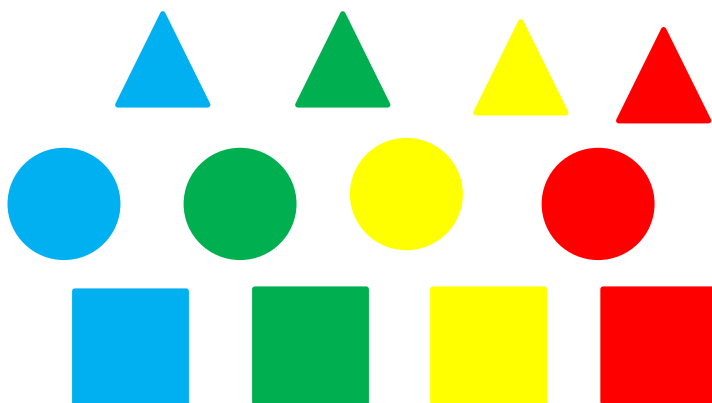


2.



3.

3. Hófehérke a 7 törpe drágaköveit rendezgeti. A következő köveket bányászták a törpék:



- a) Rajzold le hogyan rendezte Hófehérke a köveket, ha

$A = \{\text{sárgák}\}$; $B = \{\text{négyszögek}\}$ halmaza!

Jellemezd és indokold az egyes halmazrészekbe miért az adott köveket rajzoltad!

- b) Keress te is más csoportosítási lehetőséget! Rajzold le!

4. Jancsi és Juliska a Vasorrú bába házában a mézeskalácsokat rendezgeti aszerint, hány díszítés van rajtuk. A díszek száma a következő volt: 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 12; 15; 17.

A díszek száma alapján a következőképpen szerettek volna osztozkodni a mézeskalácsokon: Juliska a kettő többszöröseit, Jancsi a hárommal oszthatókat választotta.



- a) Készíts halmazábrát!
- b) Hányat választhatott biztosan Jancsi, hányat Juliska?
- c) Volt-e olyan sütemény, amelyet mind a ketten választhattak?
- d) Maradt-e ki sütemény?

A válaszaid indokold!



5. A napközisek közül 20-an tanulnak angolul, 11-en járnak focizni. A csoportban 4-en vannak, akik fociznak és angolul is tanulnak.

- a) Hányan vannak a napközis csoportban?
- b) Hányan tanulnak angolul, de nem fociznak?
- c) Hányan tudnak focizni, de nem tudnak angolul?

Készíts halmazábrát, válaszaid indokold!




6. A turisztikai szakkörre 24-én járnak. A Mátrában már 16 tanuló volt, a Börzsönyben 9, de 4-en még egyik helyen sem voltak.

- a) Hány szakkörös volt mind a két helyen? Készíts halmazábrát!
- b) Magyarország domborzati térképe segítségével jelöld az alábbi térképen a Mátrát és a Börzsönyt! Vigyázz a színezésre!




Osztó, többszörös

1. Mely számok írhatóak a  helyére, hogy az így kapott háromjegyű szám osztható legyen 2-vel, 3-mal, 5-tel, 10-zel? Minden esetet sorolj fel!

43 

2-vel	
3-mal	
5-tel	
10-zel	

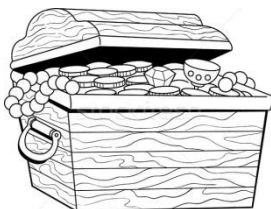
2. Mely számok írhatóak a  helyére, hogy az így kapott ötjegyű szám osztható legyen 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 8-cal, 9-cel, 12-vel, 24-gyel, 36-tal? Minden esetet sorolj fel!

3622 

362  2

2-vel		
3-mal		
4-gyel		
5-tel		
6-tal		
8-cal		
9-cel		
12-vel		
24-gyel		
36-tal		

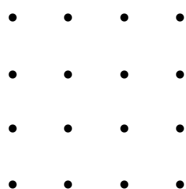
3. Burkus király kincses ládjában 48 darab egyforma ezüst kehely, 80 darab arany kupa és 112 darab igazgyöngy van. Hány fia lehet a királynak, ha közöttük igazságosan osztotta szét a kincseket? (Az egyes fajtából a fiúk ugyanannyit kaptak.)



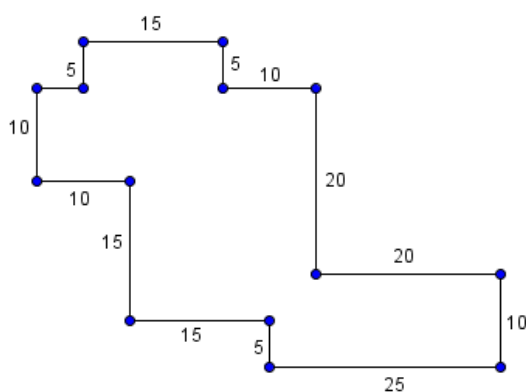
4. Melyik az a legkisebb természetes szám, amely 4-gyel, 5-tel és 6-tal osztva is 1-et ad maradékul?
5. Melyek azok a 300-nál kisebb természetes számok, melyek 3-mal osztva 2-t, 4-gyel osztva 3-at, 5-tel osztva 4-et adnak maradékul?
6. Hány olyan háromjegyű páratlan természetes szám van, amelyben a számjegyek szorzata 252?
7. Két szám szorzata 1350, legnagyobb közös osztójuk 15. Melyik ez a két szám? Mennyi a legkisebb közös többszörösük?

Geometria

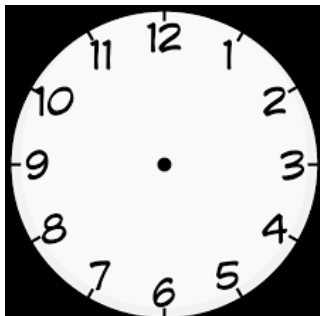
1. Hány különböző négyzet látható a rajzon, ha a négyzetek csúcsa a négyzetrács egy-egy pontja. Két négyzetet különbözőnek tekintünk, ha valamelyik csúcspontja különböző.



2. Kriszta kertjének alaprajzát látod az ábrán.
A távolságok méterben vannak megadva.
Hány m^2 a kert területe?



3. Amikor Gabi elkezdte írni a matematika házi feladatát, óráján a nagymutató a 3-on állt. Mikor elkészült, a nagymutató az előző helyzetéhez képest 240° -kal fordult el.
- Mennyi ideig írhatta Gabi a házi feladatát?
 - Ez idő alatt a kismutató hány fokkal fordulhatott el?



4. Készítsd el többféleképpen egy szabályos dobókocka hálóját!



Szabályos dobókockáról akkor beszélünk, ha a szemben lévő oldallapokon lévő pöttyök összege 7.

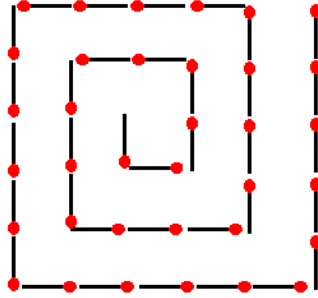
5. Egy nagy kockát építettünk 2 cm élhosszúságú kisebb kockákból úgy, hogy a nagykocka élein 3-3 kisebb kocka helyezkedett el. Majd levettünk az egyik csúcsból egy kisebb kockát.

- Hogyan változott a nagykocka felszíne és térfogata?
- Hogyan változik a felszín és a térfogat, ha az oldallap középső kockáját vesszük ki?
- Ha az egyik él középső kockáját?

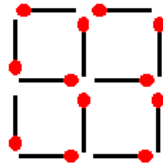


Matematikai játékok

1. Készíts egy 8-szor 8 négyzetből álló négyzetet! Helyezz el benne 24 babszemet úgy, hogy minden sorban és oszlopban 3-3 szem bab legyen!
2. Helyezz át a csigavonalból négy szál gyufát úgy, hogy a másik irányba csavarodjon!

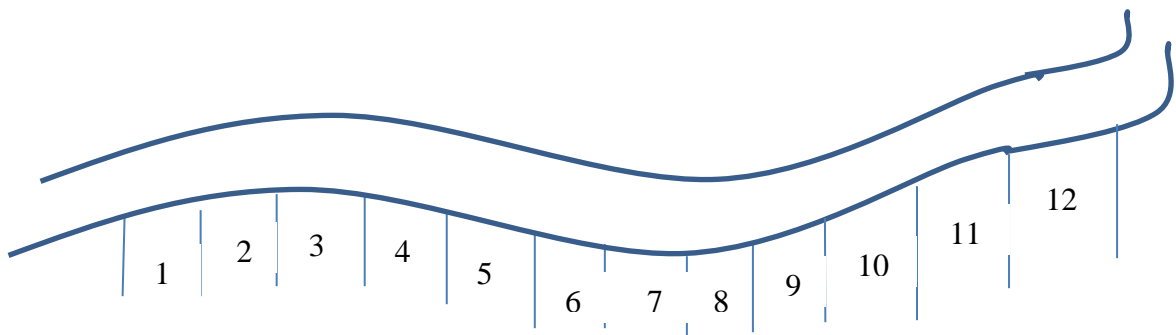


3. Vegyél el két szál gyufát úgy, hogy 2 négyzet maradjon az ábrán!

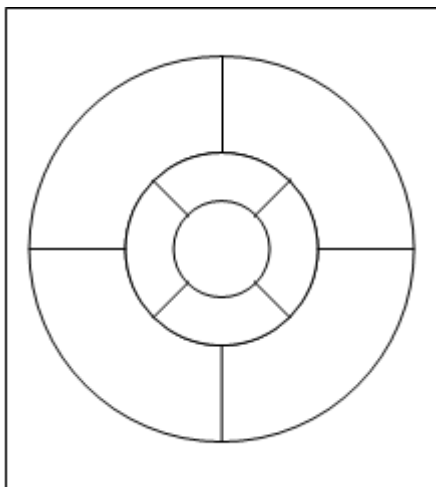


4. Ki kel át hamarabb a folyón?

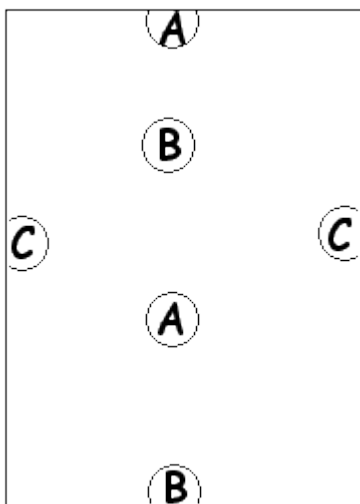
Egy folyó egyik oldalán 1-től 12-ig számozott mezők vannak. A játékosok kapnak 10-10 (vagy 15-15) figurát/babszemet/gombot. A játékosok a számozott mezők között tetszés szerint osztják el a bábuikat, akár egy mezőre is tehetik az összeset, de minden bábut el kell helyezni. Ezután a játékvezető két hatoldalú kockával dob, és a két dobott érték összegének megfelelő mezőn levők közül minden diáknak egy figurája átkel a folyó túloldalára. A játékot az nyeri, akinek elsőként átkelt az összes figurája a folyón.



5. Színezd ki négy különböző színnel az ábra tartományait úgy, hogy szomszédos tartományoknak nem lehet azonos színe! Lehet-e több megoldása?



6. Rajzold le az alábbi ábrát egy papírra, majd próbáld meg összekötni A-t A-val, B-t B-vel, C-t C-vel három folytonos vonallal úgy, hogy a vonalak ne keresszék egymást, és ne menjenek le a papírról!



5. sz. melléklet: Feladatok középiskolába készülőknél

Néhány további feladatot szeretnék ajánlani .

Térgeometria

Fejleszthető készségek:

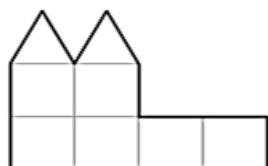
- térlátás
- lényeglátás
- számolási készség

1. feladat

Az alábbi ábra egy kockákból épített játékvár felülnézeti tervrajzát mutatja az égtájjal együtt. A számok az adott helyen lévő kockák számát jelzik, a „+” jel pedig azt, hogy az adott helyen lévő kockák fölött még egy torony is van.

		Észak				
		2	2	1	1	
		2+	2	1	1	
Nyugat		2+	2	1	1	Kelet
		2	2	1	1	
		Dél				

Döntsd el, hogy a következő ábrák a megépített vár adott irányú nézetei-e! Sdírozd be a helyes válaszok betűjelét!



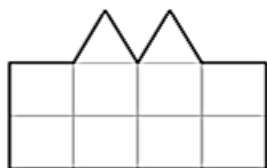
Déli irányból nézve

Igen

Nem

I

N



Keleti irányból nézve

I

N

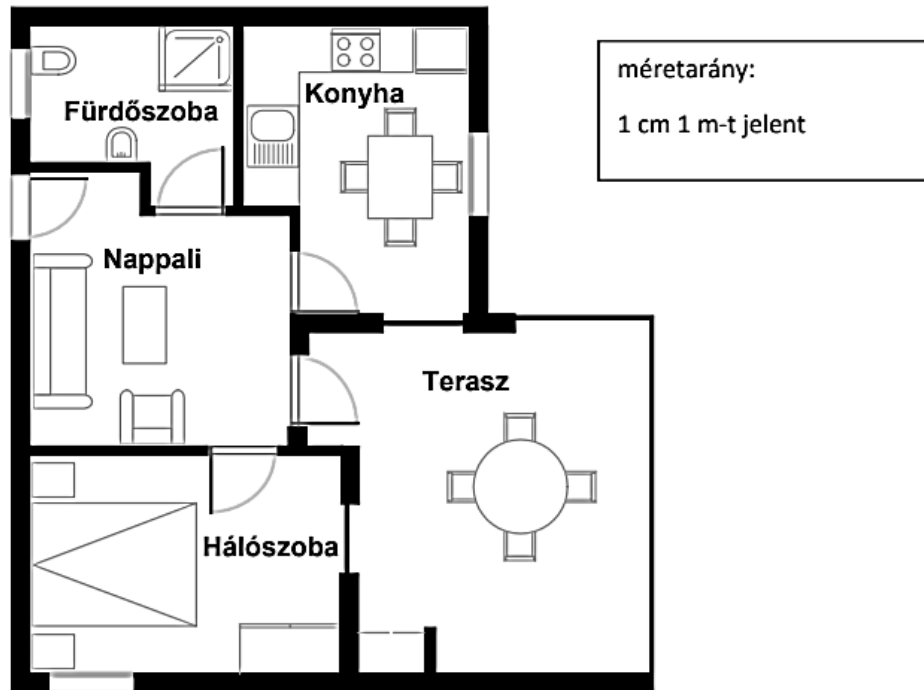
A feladat fejlesztési lehetőségei:

- Modellezd a testet! (Rakd ki például kockacukorból.) Rajzold le előlnézetből, oldalnézetből és felülnézetből!
- Számold ki a test térfogatát, felszínét! (Legyenek a feladatban szereplő elemek egység élű kockák.)

- Hány kis kockát lehet elvenni, illetve hozzátenni, hogy a három különböző nézeti képe ne változzon?

2. feladat

Alább annak a lakásnak az alaprajzát láthatod, amelyet Gyuri szülei meg szeretnének vásárolni egy ingatlanügynökségtől.



Kitűzhető kérdések, feladatok:

- Milyen méréseket kell végeznünk ahhoz, hogy meghatározzuk a lakás alapterületét?
- Hány hosszúságadatot kell minimálisan megmérnünk?
- Számold ki a lakás alapterületét!
- Csempézni szeretnénk a fürdőszobát. Hány négyzetméter csempe szükséges, ha a lakás 3 méter magas? (Az ajtó 2 méter magas, az ablak 1 méter, őket ne csempézzük.)
- A csempét dobozokban lehet megvenni. 1 doboz 1,2 négyzetméter, hány doboz csempét vegyünk? (Számoljunk 10% hulladékkal! A vásárolt mennyiség 10%-a hulladék.)
- Mennyit fizetünk, ha egy doboz 3000 forint (bruttó ár), de a 27%-os ÁFÁ-t egy akció keretében elengedik.

A feladat önálló projekt munkaként is kiadható.

1. fázis: adatgyűjtés

- A gyerekeknek rá kell jönniük, hogy a csempézéshez milyen adatokra van szükségük (lakás magassága, ajtó és ablak magassága, csempe ára).

2. fázis: számolás

3. fázis: fejlesztés

A százalék-adatokat a tanár adja meg.